



## INTERFERENCIA INTENCIONAL EN LA TRANSFORMADA DE HILBERT-HUANG

Francisco Hernández P.<sup>1</sup> y Rubén Boroschek K.<sup>2</sup>

1 Profesor, Departamento de Obras Civiles. Universidad de los Andes.

Santiago. Chile.

fhernandez@uandes.cl

2 Profesor, Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Chile.

Santiago. Chile.

rborosch@ing.uchile.cl

### RESUMEN

En 1998 Norden Huang introdujo una técnica innovadora para estudiar la evolución de las frecuencias a través del tiempo denominada transformada de Hilbert-Huang (HHT).

La HHT se sustenta en un proceso numérico denominado descomposición empírica de modos (EMD) que pretende separar un registro en señales, denominadas funciones de modo intrínseco (IMF). Cada IMF es una señal monocomponente que permitiría a través de la señal analítica una buena representación de la evolución de la frecuencia y amplitud de cada componente.

Para separar las componentes de la señal, la EMD construye las envolventes de la señal a partir de una interpolación cúbica (splines) de los máximos y mínimos locales. Sin embargo la frecuencia entre máximos de las envolventes están limitadas según el teorema del muestreo, a una función cuya frecuencia no sea mayor a la mitad de la frecuencia entre peaks.

Conforme a esta limitación la EMD no es capaz de separar señales cuya relación de frecuencias sea menor a dos

En este trabajo se presenta una nueva técnica de separación de componentes denominada Interferencia Intencional, utilizando como base la falencia de la EMD incorporando en cada paso una señal artificial de alta frecuencia, de manera de producir una interferencia controlada entre la componente de mayor frecuencia de la señal y la señal artificial introducida. Luego con la EMD es posible obtener una IMF que contenga a la señal artificial introducida y la componente de mayor frecuencia buscada. Finalmente si se sustrae la señal introducida se obtiene la componente de mayor frecuencia propia de la señal.

## SUMMARY

In 1998 Norden Huang introduced an innovative technique to study the evolution of the frequencies as a function of time called Hilbert-Huang Transform (HHT).

The HHT is based on a numerical process called empirical mode decomposition (EMD), which seeks to separate the components of a signal. The components are called intrinsic mode functions (IMF). In theory, an IMF allows through analytical signal a good representation of the frequency evolution of each component.

To separate the components of the signal, the EMD uses a cubic interpolation (spline) of the local maximum and local minimum to create the envelopes of the signal. However, the envelopes are limited by the sampling theorem through a function whose frequency is not greater than half of the frequency between peaks. Under this limitation the EMD is not able to separate signals whose frequency ratio is less than two. Otherwise the analytical signal produces unsatisfactory results.

This paper presents a new technique to separate components called intentional interference. This method is based on the limitations of the EMD, adding at each step an artificial signal of high frequency that produces controlled interference between the higher-frequency component of the artificial signal and the original signal.

Using the modified EMD process is possible to obtain an IMF that contains the artificially introduced signal plus the component of highest frequency of the original signal. Finally if it is eliminated the introduced component signal. In this way it is possible to obtain the component of highest frequency contained in the signal.

## INTRODUCCIÓN

La transformada de Hilbert-Huang (Huang et al (1998)) (HHT, "Hilbert-Huang Transform"). Es un método diseñado para el análisis de señales no estacionarias en el tiempo. La ventaja principal es que permite determinar las frecuencias instantáneas y su variabilidad en la historia de tiempo con gran resolución.

La transformada de Hilbert-Huang se desarrolla en dos pasos principales: Descomposición Empírica de Modos (EMD, Empirical Mode Decomposition), y la Transformada de Hilbert.

La descomposición empírica de modos (EMD), extrae la energía de la señal asociada a variadas escalas de tiempo llamadas funciones de modo intrínseco (IMF). Las IMF's debieran tener un buen comportamiento ante la transformada de Hilbert, la cual permite determinar las frecuencias y amplitudes instantáneas de la señal.

Se define una IMF como una señal que cumple con las siguientes características: 1) En todo el rango de datos (localmente) los valores extremos (ya sean máximos o mínimos) y los cruces por cero son iguales o no se diferencian en más de uno. 2) El valor de la media local definida por el promedio entre la envolvente de los máximos locales y la envolvente de los mínimos locales es igual a cero.

Una IMF debiera ser una señal monocomponente de manera que su señal analítica vía la transformada de Hilbert describa correctamente la frecuencia y amplitud instantánea.

La EMD posee dos falencias fundamentales que generan una mala descomposición: La Intermitencia de componentes y la Interferencia entre componentes de frecuencias cercanas.

**Fenómeno de Intermitencia:** Cuando existen componentes intermitentes o de duración finita la EMD genera IMF's que mezclan las componentes generando que las IMF's salten de un modo a otro. Para obtener una correcta descomposición de modos en la literatura se han propuesto dos métodos alternativos para minimizar el efecto: a) Una prueba de intermitencia (Huang et al., 1999) y b) pre-descomposición vía paquetes de wavelet (Li Helong et al.2005). Cabe señalar que la prueba de intermitencia produciría resultados satisfactorios sólo si las escalas de los modos fueran claramente distinguibles y suficientemente separadas. La prueba de intermitencia no es capaz de separar modos de frecuencias cercanas. Un pre-proceso utilizando la transformada de paquetes de Wavelet es similar a separar las componentes del registro empleando filtros. Los filtros pueden ser utilizados para disminuir el fenómeno de intermitencia en la EMD.

**Interferencia de Componentes de Frecuencias Cercanas:** Uno de los mayores defectos que presenta la EMD es que no es capaz de separar componentes de frecuencias instantáneas cercanas. Lo que genera el fenómeno llamado interferencia que hace que las IMF's tengan mezcla de modos y sean multicomponentes.

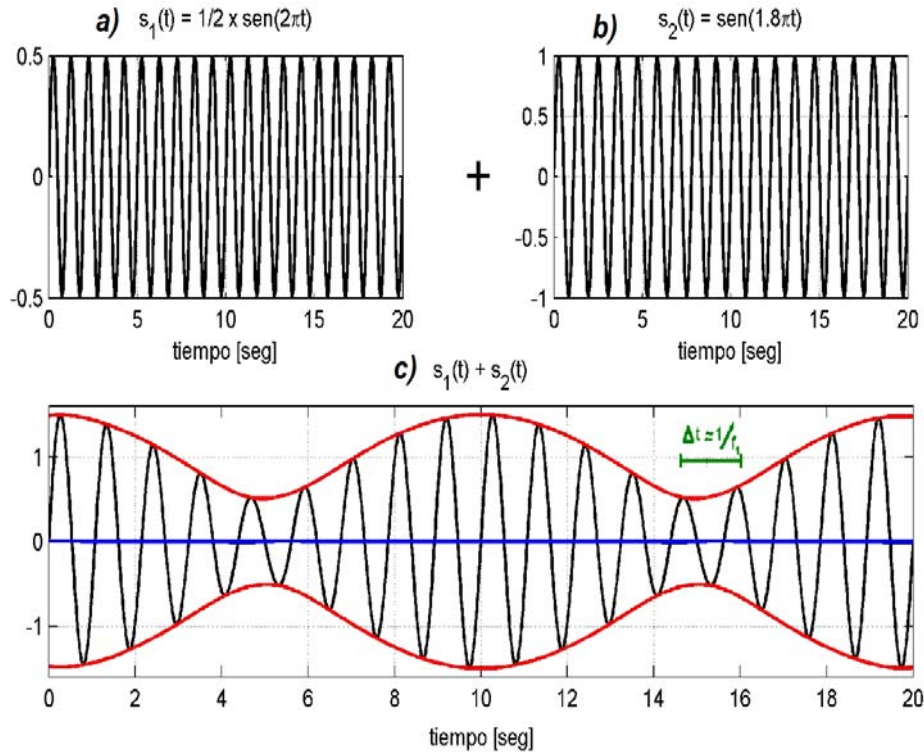
Por ejemplo, en la Figura 1 a) y b) se presentan dos señales montadas de frecuencias cercanas ( $f_1 = 1\text{ Hz}$  y  $f_2 = 0,9\text{ Hz}$ ).

Se observa En la Figura 1 c) que las envolventes que unen los máximos y mínimos locales de la señal resultante son simétricas respecto al origen, lo que produce una media local nula. Luego la señal que conforma la suma de ambas componentes cumple con las propiedades idóneas de una IMF, por lo que la EMD no podrá separar las señales y se producirá mezcla de modos.

En general el tiempo entre un máximo local y el subsiguiente máximo local (o mínimos) es similar al tiempo asociado a la mayor frecuencia instantánea contenida en el registro. De este modo se puede asumir que la tasa de muestreo de las envolventes es similar a la mayor frecuencia contenida en el registro. Si la envolvente de máximos locales (o mínimos) se construye a partir de interpolar (generalmente usando splines) los máximos locales (o mínimos) y estos se suceden a una tasa de muestreo denominada frecuencia entre peaks, tendrá una limitación en la frecuencia a reproducir por la envolvente. Según el teorema del muestreo sólo puede reproducir señales de frecuencias menores a la mitad de la frecuencia entre peaks.

La media local es obtenida vía el promedio de las envolventes. El supuesto fundamental, en el proceso de colado es que por medio de la media local es posible eliminar las componentes de bajas frecuencias, pero como existe un límite en el contenido de frecuencia de la media local, no será posible eliminar componentes con frecuencias mayores a este límite y por tanto quedaran

incluidas en las IMF, produciendo mezcla de modos.

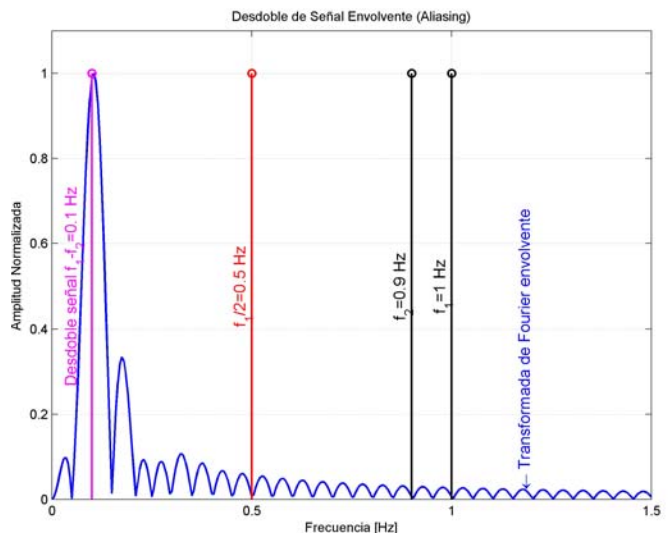


**Figura 1** – Suma de señales de frecuencias cercanas, cumple con propiedades de una IMF.

Para el ejemplo de la Figura 1 se puede apreciar un efecto de “aliasing” en las envolventes que puede ser apreciada en la Figura 2 en la que se aprecia un desdoble de la frecuencia de las envolventes. En otras palabras, la envolvente intenta reproducir la señal de menor frecuencia, pero como la frecuencia entre peaks es baja se produce un alias y la frecuencia de la envolvente se desdobra conteniendo una frecuencia menor ( $f_{\text{envol}}=f_1-f_2$ ).

La mezcla de modos se produce cuando la señal montada de baja frecuencia es mayor al 50% de la señal de alta frecuencia de este modo se puede concluir que:

$$\text{Si } f_2 \geq \frac{f_1}{2} \text{ se produce Interferencia} \quad (1)$$



**Figura 2** – Desdoble de frecuencia montada evidenciada en envolvente.

**Descomposición Empírica de Modos con Interferencia Intencional (EMD-II):** De la conclusión obtenida en la Ec. (1) se propone un nuevo proceso interno en la Descomposición Empírica de Modos (EMD) llamado Interferencia Intencional, con la finalidad de disminuir las alteraciones en el proceso de colado (fenómeno de interferencia y de intermitencia).

La Interferencia Intencional se basa en adherir una señal artificial ( $s_{artificial}(t)$ ) de alta frecuencia al registro ( $s(t)$ ), de manera de obtener una señal resultante ( $s_{resultante}(t)$ ):

$$\underbrace{s_{resultante}(t)}_{\substack{\text{señal} \\ \text{resultante}}} = \underbrace{s(t)}_{\substack{\text{Registro} \\ \text{Original} \\ \text{Desconocido}}} + \underbrace{s_{artificial}(t)}_{\text{Conocida}} \quad (2)$$

Al incorporar la señal artificial ( $s_{artificial}(t)$ ), la señal resultante ( $s_{resultante}(t)$ ) contendrá una componente de mayor frecuencia que el registro original, esta componente será igual a la señal artificial incorporada.

Una componente de mayor frecuencia produce una mayor frecuencia entre peaks de la envolvente; esta frecuencia entre peaks será similar a la frecuencia instantánea de la señal incorporada. De este modo las envolventes podrán representar una mayor frecuencia que en el caso del registro original y permitirán vía el proceso de colado de la clásica EMD eliminar un mayor número de componentes de bajas frecuencias.

El segundo paso en el proceso es realizar el clásico proceso de colado (Huang et. al. 1998) de la señal resultante ( $s_{resultante}(t)$ ).

$$\text{COLADO}[s_{resultante}(t)] = s_{colado}(t) \quad (3)$$

Si la clásica EMD no presentara el fenómeno de mezcla de modos; la señal obtenida en el proceso de colado ( $s_{colado}(t)$ ) debiera ser exactamente la señal artificial incorporada ( $s_{artificial}(t)$ ), por ser la componente de mayor frecuencia instantánea.

Sin embargo debido al fenómeno de interferencia en la clásica EMD la señal obtenida es distinta a la señal artificial.

La alteración es producto de componentes propias del registro original que no pudieron ser eliminadas en el proceso de colado debido a que la nueva frecuencia entre peaks no permite representar las frecuencias de estas componentes.

Las componentes que no pudieron ser eliminadas en el proceso de colado ( $c(t)$ ) se pueden obtener como la resta entre la señal obtenida en el proceso de colado ( $s_{colado}(t)$ ) y la señal incorporada artificialmente ( $s_{artificial}(t)$ ).

$$c(t) = s_{colado}(t) - s_{artificial}(t) \quad (4)$$

La señal artificial debe ser escogida empleando el criterio de la Ec.(1), de manera que la componente no eliminada ( $c(t)$ ) contenga exclusivamente parte de la componente de mayor frecuencia del registro original.

En la Figura 3 se presenta el proceso descrito aplicado a una señal compuesta por dos componentes que presentan un tren de ondas de alta frecuencia de corta duración. En este caso se emplea una señal artificial que no sea intermitente y de una frecuencia ligeramente mayor a la frecuencia de la señal del tren de ondas. (Figura 3-b)

Se aprecia de la Figura 3 que el proceso separo la componente del tren de ondas. En este caso es necesario que la señal artificial presente energía en todo el registro, con lo que se obtiene una señal colada ( $s_{colado}(t)$ ) que contiene únicamente a la señal artificial y al tren de ondas. Adicionalmente se puede señalar que la señal de baja frecuencia tiene una frecuencia tan alejada a la señal artificial que no se produce interferencia ( $f_1 = 0.1\text{Hz} \leq 5.5\text{Hz}/2$ ). Del mismo modo la señal artificial tiene interferencia en el proceso de colado con el tren de ondas debido a que son de frecuencias cercanas.

$$(f_2 = 5\text{Hz} > 5.5/2\text{Hz} = 2.75\text{Hz}).$$

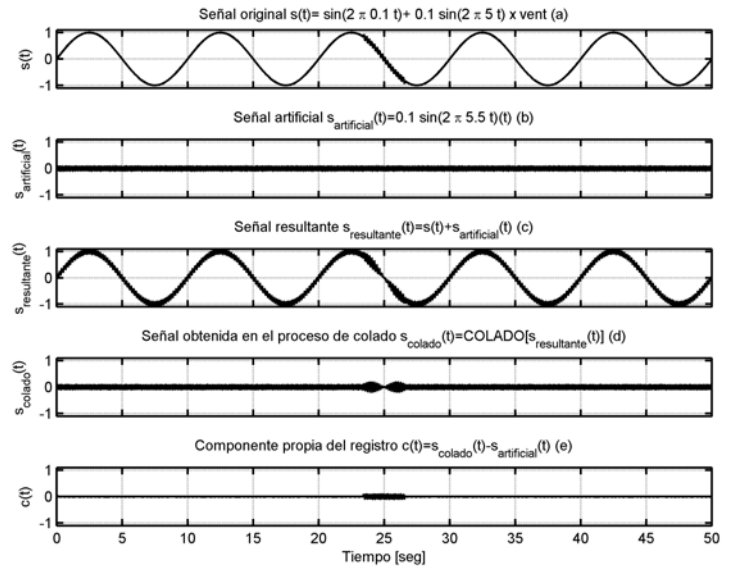


Figura 3 – EMD-II, ejemplo de intermitencia.

En la Figura 4 se utiliza la interferencia intencional para separar las señales de frecuencias cercanas utilizando el ejemplo de mezcla de modos de la Figura 1. Para escoger la señal artificial se emplea el criterio de la Ec. (1) de modo que la señal escogida tenga interferencia con la señal de 1Hz y no con la señal de 0.9Hz. En este caso es empleada una señal artificial con una frecuencia similar al doble de la frecuencia de la componente de 1Hz ( $1.98\text{Hz}$ )  $s_{artificial}(t) = sen(2 \cdot \pi \cdot 1.98 \cdot t)$ .

Se observa en la Figura 4 que la señal colada ( $s_{colado}(t)$ ) (Figura4 (d)) es prácticamente igual a la señal artificial ( $s_{artificial}(t)$ ) (Figura 4 (b)), lo que da como resultado una componente  $c(t)$  casi nula (Figura (e)). Esto se debe a que se escogió una señal artificial que apenas tiene interferencia con la señal de mayor frecuencia.

Sin embargo la componente ( $c(t)$ ) obtenida no es totalmente nula, y contiene información del registro original, asociada a esencialmente a la componente de mayor frecuencia.

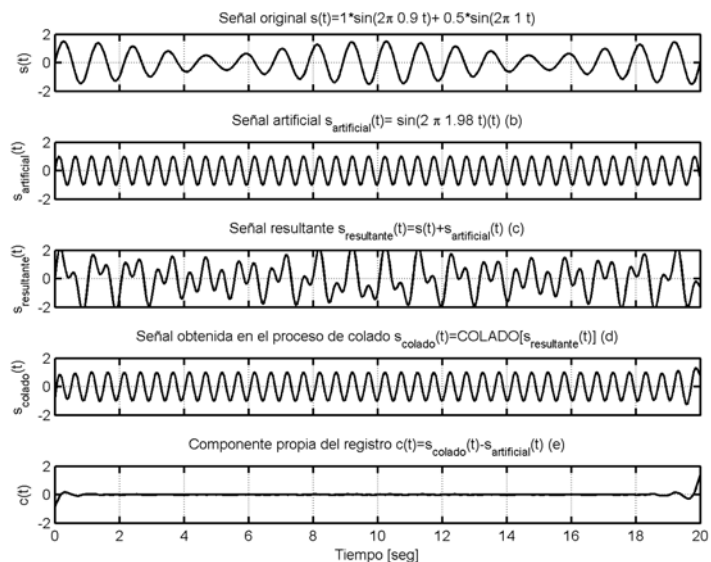


Figura 4 – EMD-II, caso de frecuencias cercanas.

La interferencia intencional, considera que la componente obtenida (Figura 4 (e)) es parte de la IMF de mayor frecuencia, pero no es la IMF completa. Luego se plantea un proceso iterativo para obtener paso a paso pequeñas partes de la IMF.

**Proceso Iterativo con Interferencia Intencional:** El procedimiento consiste en obtener vía un proceso recursivo, la componente pura de mayor frecuencia de la señal. La componente obtenida por el procedimiento descrito en el punto anterior se define como la primera sub-componente.

$$sc_1(t) = c(t) \quad (5)$$

Luego se define la señal remanente como la resta entre la señal original y la suma de las “n” sub-componentes obtenidas.

$$s_{remanente_n}(t) = s(t) - \sum_{j=1}^n sc_j(t) \quad (6)$$

En cada paso, la señal remanente  $s_{remanente_n}(t)$  es tratada como el registro original y es sometido al proceso definido anteriormente (Ec.(7), Ec.(8) y Ec.(9)) del cual es obtenida una nueva sub-componente ( $sc_{n+1}(t)$ ).

$$s_{resultante_n}(t) = s_{remanente_n}(t) + s_{artificial}(t) \quad (7)$$

$$s_{colado_n}(t) = COLADO[s_{resultante_n}(t)] \quad (8)$$

$$sc_{n+1}(t) = s_{colado_n}(t) - s_{artificial_n}(t) \quad (9)$$

La IMF se obtiene finalmente como la suma de las “N” sub-componentes obtenidas. Donde “N” se define como el numero total de iteraciones.

$$IMF(t) = \sum_{j=1}^N sc_j(t) \quad (10)$$

Este proceso iterativo fue repetido un total de N=350 iteraciones para el ejemplo de la Figura 1 y 4, en la Figura 5, se presentan las IMFs obtenidas utilizando el nuevo procedimiento. Se puede apreciar que el nuevo proceso puede separar las componentes de frecuencias cercanas al contrario de lo que pasa con la clásica EMD. En el resultado existen algunas alteraciones en los bordes, propias de la interpolación.

En definitiva la Interferencia Intencional permite disminuir la mezcla de modos presentes en los datos.

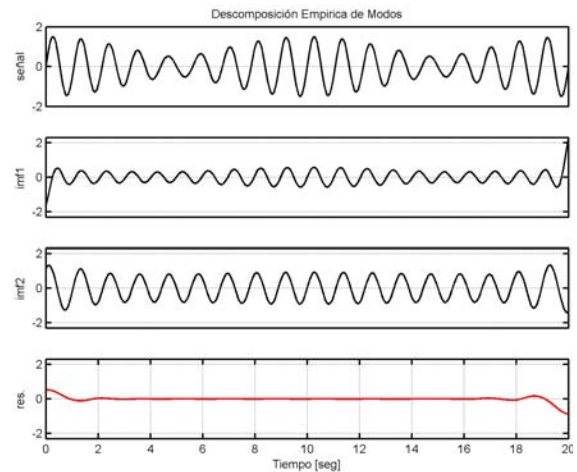


Figura 5 – EMD-II, caso de frecuencias cercanas.

Uno de los principios fundamentales en la interferencia intencional es que existe el fenómeno de interferencia en el proceso de colado y que éste puede ser controlado. El método en sí es una demostración de la existencia de mezcla de modos en la EMD clásica y que la definición de IMF no es suficiente para asegurar que estas sean monocomponentes.

La amplitud de la señal artificial debe ser suficiente para que ésta pueda ser detectada por el proceso de colado y no tan alta de modo de no eliminar a la señal original. Los resultados numéricos obtenidos muestran la tendencia que la mezcla de modos se acentúa cuando las componentes de bajas frecuencias tienen una amplitud alta en relación a las componentes de mayores frecuencias. Se debe tomar este antecedente en consideración para escoger la amplitud de las señales artificiales.

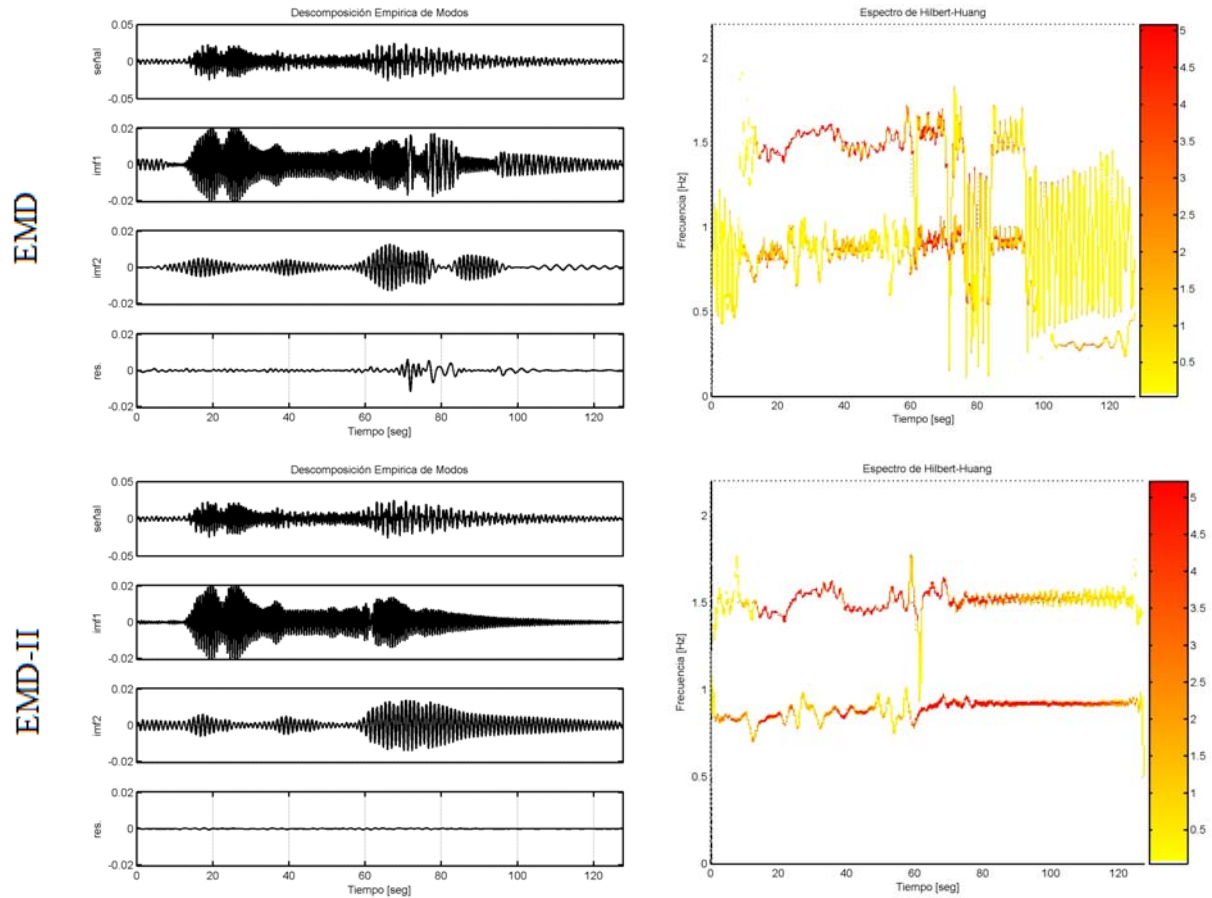
Algunas recomendaciones para escoger la señal artificial a utilizar y ejemplos analíticos en que se compara la bondad de la EMD-II en relación a la EMD son mostradas en Hernández (2009).

**Ejemplo Experimental:** A continuación se establece la evolución de las frecuencias predominantes en el movimiento vertical de un puerto de gráneles ubicado en el norte del país (Figura 6) a partir de registros ambientales de vibración debido a oleaje y viento. La peculiaridad de esta estructura es que posee un carro de 52 metros de largo que representa el 12% del peso y que se desplaza al interior de ésta (Boroschek (2007), Hernandez (2008)). Se realizan mediciones ambientales de la estructura a medida que ésta se acorta cuando el carro se desplaza al interior. En la Figura 6 se muestran las IMF's obtenidas asociadas a las dos primeras frecuencias verticales utilizando la EMD clásica y utilizando la EMD con Interferencia Intencional (EMD-II), adicionalmente se muestra el espectro de Hilbert de estas componentes (Huang 1998) que permite estudiar la evolución de las frecuencias y amplitud de las componentes.

De los resultados de la figura 6 se observa que la EMD-II permite una mejor separación de componentes, en particular la EMD genera IMF's que se entremezclan e incluso se generan artificios los cuales se reflejan finalmente en el espectro de Hilbert que es muy ruidoso y no es capaz de representar la variación de las amplitudes y frecuencias de las componentes.







**Figura 6** – Comparación de EMD y EMD-II, y sus respectivos espectros de Hilbert-Huang.

En Hernández (2009) se reproduce un modelo analítico de la estructura estudiada en la cual se infiere las respuestas modales no lineales de los modos verticales. Al aplicar la EMD y la EMD-II es posible comparar las respuestas modales con las IMF's obtenidas por ambos procedimientos y se comprueba que el factor de correlación entre las respuestas modales para la EMD es de  $R^2=0.43$  y de la EMD-II es  $R^2=0.99$ . Conforme a estos resultados se aprecia la bondad de la EMD-II en relación a la EMD-clásica.

## CONCLUSIONES

Se demuestra que la Descomposición Empírica de Modos (EMD), paso vital en la transformada de Hilbert-Huang, no permite separar componentes de frecuencias cercanas produciéndose interferencia en las componentes en la medida que la relación entre las frecuencias instantáneas de una señal sea menor a dos.

Se propone una nueva técnica denominada Descomposición Empírica de Modos con Interferencia Intencional (EMD-II) basada en la falencia de la clásica EMD utilizando una señal artificial que tenga una interferencia controlada. La EMD-II permite separar mejor las componentes de frecuencias cercanas y permite reducir problemas asociados a intermitencia de componentes.

## REFERENCIAS

Boroschek Rubén, Hernández Francisco. “Experimental Evaluation of the Modal Parameters Changes of a Telescopic Bulk Dock Structure”. *Proc: 26to IMAC. Florida, USA. 2007.*

Hernández Francisco. “Análisis de métodos de Identificación de variación de Propiedades Dinámicas”. *Proc: Tesis para optar al grado de magíster en ciencias de la ingeniería sísmica, Universidad de Chile. 2009.*

Hernandez Francisco, Boroschek Rubén. “Evaluación analítica y experimental de la variación de las frecuencias predominantes utilizando métodos lineales y no-lineales de identificación”. *Proc: XXXIII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural. 2008.*

Huang Norden E., Shen Zheng, Long Steven R., Wu Manli C., Shih Hsing H., Zheng Quanan, Yen Nai-hyuan, Tung Chi Chao and Liu Henry H.. “The empirical mode decomposition and the Hilbert Spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis”. *Proc: Royal Society London; Vol. 454, pág: 903-995. 1998.*

Huang Norden E., Shen Zheng, Long Steven R. “A new view of nonlinear water waves: The Hilbert Spectrum”. *Proc: Annual Review Fluid Mechanics, Vol.31, pág: 417-457. 1999.*

Li Helong, Yang Lihua, Huang Daren. “The study of the intermittency test filtering character of Hilbert-Huang Transform”. *Proc: Mathematics and Computers in Simulation. Vol 70, pág: 22-32. 2005.*