



CORRECCIÓN DE SOBREESTIMACIÓN DEL AMORTIGUAMIENTO EN EL MÉTODO DE ANCHO DE BANDA DEL ESPECTRO DE POTENCIA.

Rubén Boroschek K.¹ y Francisco Hernández P.²

1 Profesor, Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Chile.

Santiago. Chile.

rborosch@ing.uchile.cl

2 Profesor, Departamento de Obras Civiles. Universidad de los Andes.

Santiago. Chile.

fhernandez@uandes.cl

RESUMEN

Se propone una corrección de la sobre estimación de las tasas de amortiguamiento inferidas del método de ancho de banda del espectro de potencia, cuando el periodograma es determinado por medio del método de Welch.

La corrección se basa en resultados numéricos en que se determina una corrección en función del número de ciclos que posee la ventana escogida y del tipo de ventana utilizada. Ésta corrección es comparada con desarrollos analíticos alternativos.

Los resultados son aplicados a registros ambientales de una estructura existente y se comprueba la bondad de la corrección.

Finalmente se ajustan curvas para estimar funcionalmente el amortiguamiento real de una estructura en función del número de ciclos y el amortiguamiento estimado sin corregir para una ventana del tipo Hanning.

SUMMARY

A correction is proposed to estimate the damping inferred from the method of bandwidth of the power spectrum, when the periodogram is determined by the Welch method. The correction is based on numerical results as a function of the number of cycles that contain the selected window. This correction is compared with alternative analytical developments.

The results are applied to environmental records of a real structure and it is verified the appropriateness of the correction.

Finally, functionally fit curves to estimate the actual damping of a structure based on the number of cycles and the estimated damping correct type for a Hanning window.

INTRODUCCIÓN

En la práctica profesional el análisis en frecuencia es una técnica ampliamente utilizada para identificar los periodos, formas modales y razones de amortiguamiento en estructuras instrumentadas.

El espectro de densidad de potencia estimado por el método de Welch (PSD) o periodograma es talvez el método de mayor uso en el área, para estudiar las frecuencias predominantes del movimiento en varios puntos representativos de una estructura. El método de periodograma, asume que la estructura es excitada por acciones aleatorias independientes simultáneas o individuales de baja correlación. Conforme a este supuesto las frecuencias predominantes pueden ser asociadas a los periodos naturales de la estructura.

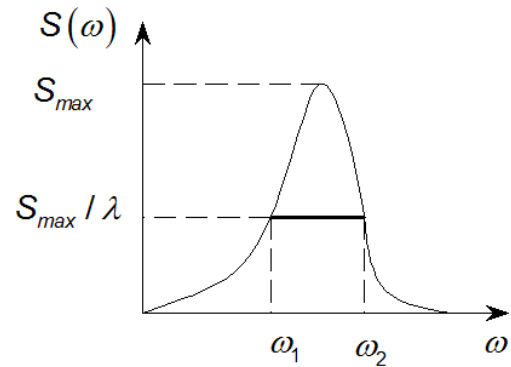
Cuando existe una baja interferencia espectral de energía entre diversos modos de vibrar ó cuando se aplican técnicas especiales como la descomposición en el dominio de la frecuencia (FDD, Brincker et al (2000)) para desagregar la energía espectral asociada a los diversos modos de vibrar, es posible determinar las razones de amortiguamiento viscoso equivalente de la estructura bajo condiciones ambientales a partir del método del ancho de banda.

El método de Welch estima la energía espectral promedio de ventanas de tiempo de la respuesta estructural. Luego el uso de ventanas de tiempo implica una convolución entre la transformada de Fourier de la señal con la transformada de Fourier de la ventana. Como consecuencia de esto, la energía espectral se dispersa y se incrementa el ancho de banda, que se traduce en un incremento de la razón de amortiguamiento viscoso aparente para cada modo.

En este trabajo se propone a partir de una modelación numérica una corrección del amortiguamiento estimado en función del número de ciclos contenidos en la ventana y el tipo de ventana utilizada, traducidos en ábacos de corrección y en ecuaciones simplificadas ajustadas a la corrección numérica determinada.

Razones de Amortiguamiento a Partir del Ancho de Banda del Espectro de Potencia: Bajo el supuesto que una estructura es excitada por una señal aleatoria de baja correlación es posible determinar el espectro de potencia a partir del ancho de banda del espectro de potencia (Kawasumi et al (1965)) según el siguiente procedimiento:

i) Escoger arbitrariamente un valor λ . (En general se escoge $\lambda = 2$). ii) Se encuentra el máximo del espectro de potencia. iii) Se divide el valor máximo por λ , y se busca las frecuencias donde el espectro de potencia tenga ese valor, con lo cual se obtiene ω_2 y ω_1 . iv) Se determina el parámetro A con la Ec.(1) v) Se calcula la razón de amortiguamiento con la Ec.(2).



$$A = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 + \omega_1^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda - 1}} \quad (1)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{A^2 + 1}} \right)} \approx \frac{A}{2} \cdot \left(1 - \frac{3}{8} \cdot A^2 \right) \Big|_{\beta \rightarrow 0} \quad (2)$$

Sin embargo la estimación del amortiguamiento a partir del ancho de banda del espectro de potencia de la respuesta posee alteraciones asociadas a varios fenómenos que producen error estadístico en especial si la fuente de ruido posee un sesgo característico.

Para determinar el espectro de potencia se emplean registros de duración finita (ruido blanco es de duración infinita), lo que conlleva a una incerteza estadística de la estimación del espectro de potencia. Para minimizar la incertidumbre se suele promediar los espectros de potencia de ventanas de tiempo sobre el registro original (método de Welch).

El espectro de potencia es estimado utilizando ventanas de tiempo, lo que permite una reducción del tiempo de medición y una menor incerteza estadística al promediar los resultados de diversas ventanas, sin embargo se produce el fenómeno de “leakage” que produce un artificio en los espectros de potencia incrementando el amortiguamiento aparente.

Procedimiento Numérico para corregir el amortiguamiento aparente: Para corregir el efecto de incremento de la razón de amortiguamiento debido al “leakage” se propone el siguiente procedimiento:

- Se emplea una estructura de un grado de libertad arbitraria con una frecuencia y razón de amortiguamiento dado.
- Se impone a la estructura una excitación aleatoria.
- Se resuelve la respuesta de la estructura ante la excitación aleatoria. Empleando métodos numéricos, como el método de Newmark, controlando la convergencia y error numérico de la

solución vía filtrado de la acción y empleando una tasa de muestreo adecuada.

- Se determina el espectro de potencia de la respuesta (por ejemplo de aceleraciones).
- El espectro de potencia es obtenido a través del método de Welch, para minimizar el leakage) se emplea una ventana (Hanning, Hamming, unitaria, etc.).
- Para minimizar el error estadístico se promedian los espectros de potencia obtenidos de 2000 estimaciones independientes (error aleatorio normalizado, $1/\sqrt{2000} = 2.2\%$ (Bendat (1980))).
- Se determina la razón de amortiguamiento aparente ($\beta_{aparente}$ es mayor a la razón de amortiguamiento impuesta) con el método de ancho de banda (Kawasumi-Shima (1965))
- Se escogen ventanas de diversa duración (por ejemplo de 5 a 180 ciclos) ($T_{ventana} = N_{ciclos} \times T_n$, con T_n : periodo de la estructura) y se determina con estas ventanas su amortiguamiento aparente, que variara dependiendo del tamaño de la ventana.
- Se construye una curva del amortiguamiento obtenido ($\beta_{aparente}$) v/s el tamaño de la ventana (o el numero de ciclos contenidos en la ventana).
- Se varía la razón de amortiguamiento y se vuelve a resolver obteniendo para cada razón de amortiguamiento impuesto una curva de razón de amortiguamiento aparente en función del número de ciclos de duración de la ventana.
- Este procedimiento se repite varias veces de manera que los resultados obtenidos puedan compararse y eliminar errores estadísticos remanentes (15 veces).

A partir de este procedimiento se llega a la conclusión que el efecto de “leakage” no es dependiente en forma directa de la frecuencia de la estructura ni de la duración de la ventana, sino de la relación entre ambas. (Tanaka (1969), Hernández (2009)).

La distorsión por “leakage” depende del número de ciclos incluidos en la ventana, o sea de cuantos periodos caben en la ventana utilizada. Además de la razón de amortiguamiento empleada y del tipo de ventana utilizada.

En la Figura 1 se muestra la razón de amortiguamiento aparente (obtenidas con la metodología) en función del número de ciclos, las curvas son hechas para diversas razones de amortiguamiento impuestas en la estructura empleando una ventana del tipo Hanning.

La Figura 2 presentan $\beta_{aparente}$ en función de β (real) para los diversos números de ciclos. Se aprecia un incremento del amortiguamiento por efecto del “leakage”, es principalmente en osciladores con baja razones de amortiguamiento.

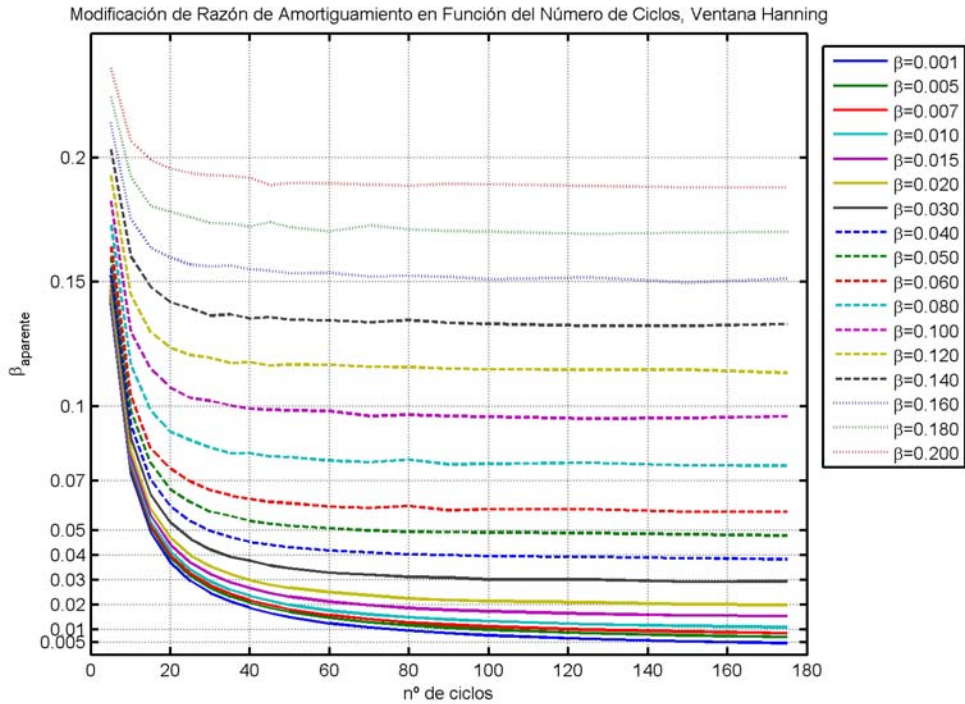


Figura 1 – Razón de amortiguamiento aparente v/s nº de ciclos, para estructuras de diversas razones de amortiguamiento, empleando ventana del tipo Hanning. Procedimiento Numérico.

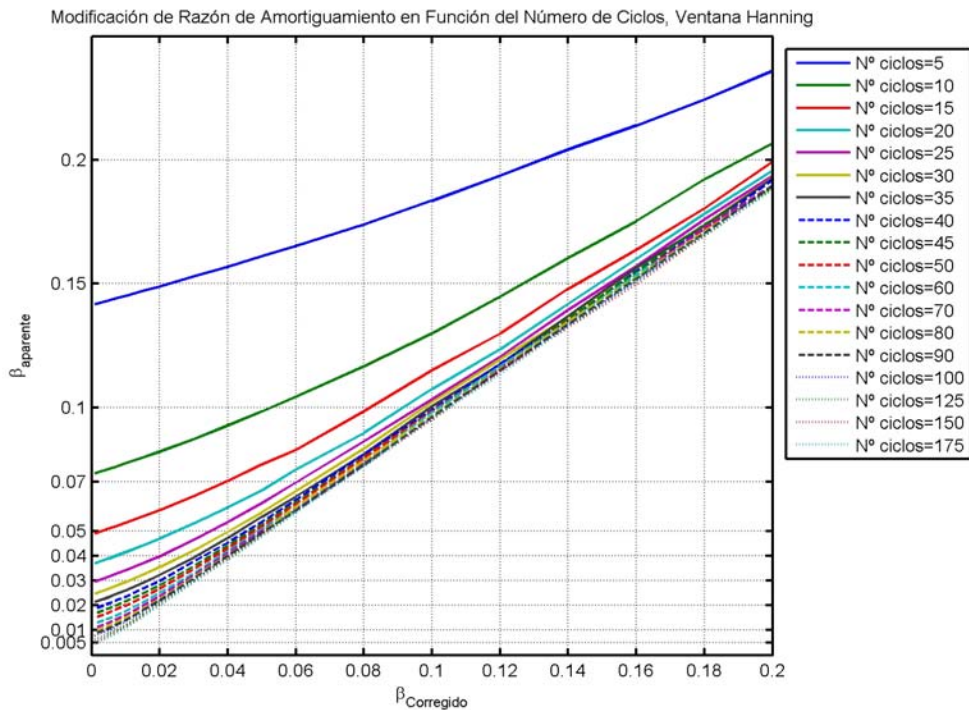


Figura 2 – Razón de amortiguamiento aparente v/s razón de amortiguamiento real, para ventanas de distintos nº de ciclos, empleando ventana del tipo Hanning.

Mientras mayor sea la ventana en relación al período de la estructura se obtienen razones de amortiguamiento con un menor efecto de “leakage”.

El efecto de “leakage” es un error determinístico propio de la ventana escogida, por lo cual se puede corregir utilizando los ábacos ó alternativamente la siguiente formula ajustada numéricamente a los ábacos y con una validez para tasas de amortiguamiento reales menores a 6% ($R^2=0.99$).

$$\begin{aligned} \beta &= C_1 \cdot (\beta_{aparente} - C_4)^3 + C_2 \cdot (\beta_{aparente} - C_4)^2 + C_3 \cdot (\beta_{aparente} - C_4) + 0.001 \\ C_1 &= 2.038 \cdot 10^{-4} \cdot N_{ciclos}^3 - 0.06044 \cdot N_{ciclos}^2 + 5.3796 \cdot N_{ciclos} + 203.396 \\ C_2 &= -1.844 \cdot 10^{-5} \cdot N_{ciclos}^3 + 5.733 \cdot 10^{-3} \cdot N_{ciclos}^2 - 0.5039 \cdot N_{ciclos} - 17.487 \\ C_3 &= \begin{cases} -0.0336 \cdot N_{ciclos} + 2.6850 & \text{si } N_{ciclos} < 20 \\ -0.0047 \cdot N_{ciclos} + 2.1902 & \text{si } 20 \leq N_{ciclos} \leq 100 \\ -0.0012 \cdot N_{ciclos} + 1.8247 & \text{si } 100 < N_{ciclos} \end{cases} \\ C_4 &= 0.6745 \cdot N_{ciclos}^{-0.9709} \end{aligned} \quad (3)$$

Utilizar ventanas de larga duración permite disminuir el efecto de “leakage”, pero esto conlleva a realizar mediciones de mayor duración ó a utilizar pocas ventanas para determinar el espectro de potencia lo que se traduciría en un mayor error estadístico.

Por lo tanto, sería recomendable utilizar ventanas de corta duración, ya que estas permitirían reducir el error estadístico, en desmedro de un mayor efecto de “leakage” el cual es sistémico y se puede corregir.

Sin embargo el error estadístico nunca puede ser eliminado del todo, y aunque se utilicen muchas ventanas de corta duración siempre estará presente.

Como se observa en los ábacos para ventanas de corta duración las curvas tienden a juntarse y producto de un pequeño error numérico o estadístico (en especial para amortiguamientos bajos) se produciría un error significativo en la estimación de las razones de amortiguamiento.

De esta forma se aconseja emplear ventanas de diversa duración y estimar las razones de amortiguamiento corregido por los ábacos correspondientes y verificar la estabilidad del amortiguamiento obtenido.

Como ejemplo de la Ec.(3) si asumimos una estructura de un período $T_n = 1s$ en que se construye su espectro de potencia utilizando una ventana Hanning de 8192 datos muestreados a $F_s=200Hz$ y cuyo amortiguamiento aparente obtenido del método de ancho de banda es $\beta_{aparente} = 2.5\%$. Se tendrá que $N_{ciclos} = 8192/(200 \cdot 1) = 40.96$, con ello $C_1 = 336.3, C_2 = -29.78, C_3 = 1.998, C_4 = 1.835 \cdot 10^{-2}$, finalmente $\beta = 1.31\%$.

Corrección Analítica: El efecto del sobre amortiguamiento estimado debido a leakage en el espectro de potencia estimado por señales finitas, ha sido discutido por otros autores, por ejemplo Tanaka et. al. (1969) asumió que la función de auto-correlación de la respuesta de un oscilador de 1GDL excitado por una acción representada estadísticamente como ruido blanco (cuya función de

auto-correlación es un delta de Dirac) es igual a la función de autocorrelación de la respuesta del oscilador ante esta acción multiplicada por la ventana.

Como se discute en Hernández (2009) la suposición hecha por Tanaka (1969) no tiene una demostración analítica, por el hecho de no existir una señal que sea efectivamente un ruido blanco. Se propone estimar la corrección determinando el espectro de potencia de la respuesta de una estructura a un impulso multiplicada por la ventana, tomando en consideración que un impulso posee una función de auto-correlación que es equivalente a la de una acción del tipo ruido blanco.

En la Figura 3 se presenta la comparación de las curvas de corrección para un amortiguamiento de 0.1%, 0.5%, 0.7% y 1% obtenidas a través del análisis numérico ($\beta_{numérico}$), a través del procedimiento de Tanaka et. al. (β_{Tanaka}) y el determinado del ancho de banda del espectro de potencia de la respuesta impulsiva multiplicada por la ventana (β_h).

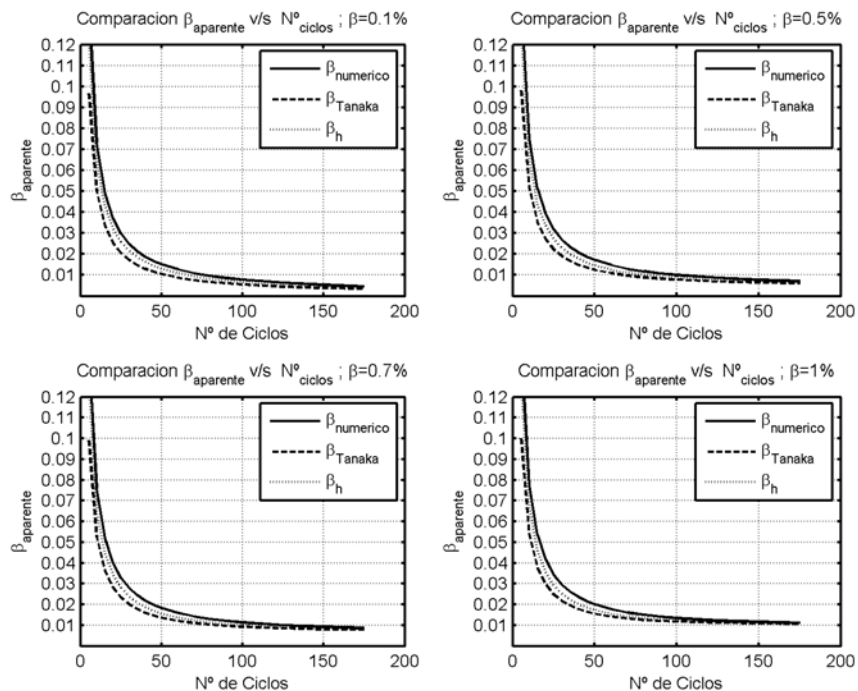


Figura 3 – Comparación entre curvas de corrección vía análisis Numérico, Tanaka et al, y asumiendo una respuesta impulsiva.

De la Figura 3 se comprueba tendencias similares para las diversas metodologías, adicionalmente se observa que entre ellas no coinciden en especial para ventanas de bajos números de ciclos.

A partir de estos resultados se concluye que es conveniente utilizar ventanas de altos números de ciclos donde las diversas metodologías convergen al amortiguamiento real y no difieren entre ellas.

Ejemplo Experimental: A continuación se establece la tasa de amortiguamiento de un puerto de gránulos ubicado en el norte del país (Figura 4) a partir de registros ambientales de vibración debido a oleaje y viento. (Boroschek (2007), Hernández (2008)).

En la Figura 4 se muestra los espectros de potencia obtenidos para los modos fundamentales de 0.888 Hz y 1.537 Hz utilizando una ventana del tipo Hanning de 30 y 100 segundos. Como se observa existe un ensanchamiento del ancho de banda al utilizar una ventana de menor duración.

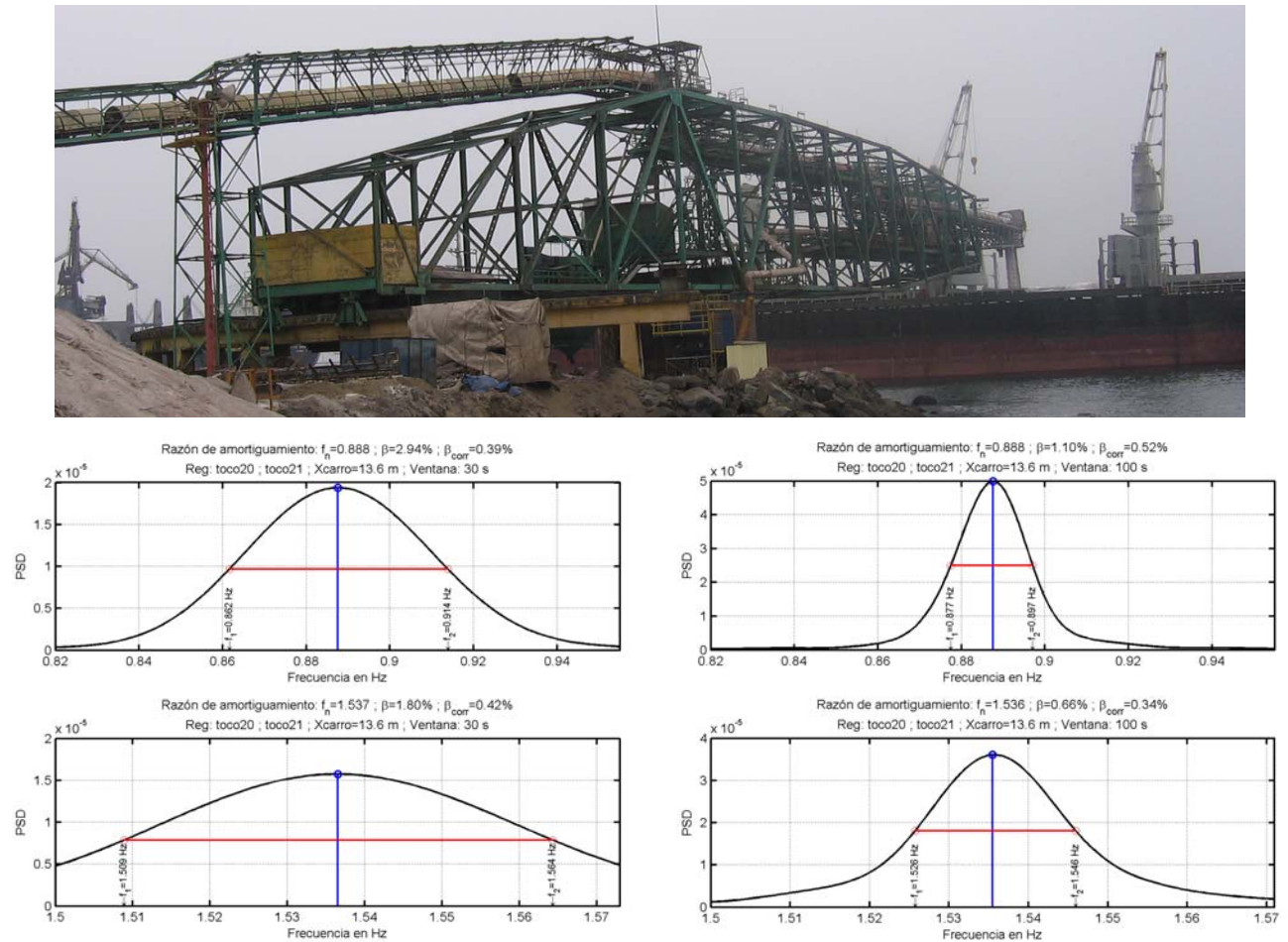


Figura 4 – Espectros de potencias de los modos de frecuencia 0.89 Hz y 1.54Hz para una ventana Hanning de 30 seg y 100 seg de duración.

En la Figura 5 se muestran las tasas de amortiguamiento estimadas para los modos de 0.89Hz y 1.54Hz para ventanas de 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 y 100 segundos sin corrección y con corrección (según ábacos de Figura 1).

En la Tabla 1 se muestran los valores de frecuencias, tasas de amortiguamiento y tasas de amortiguamiento corregidas obtenidas para los diversos tamaños de ventana.

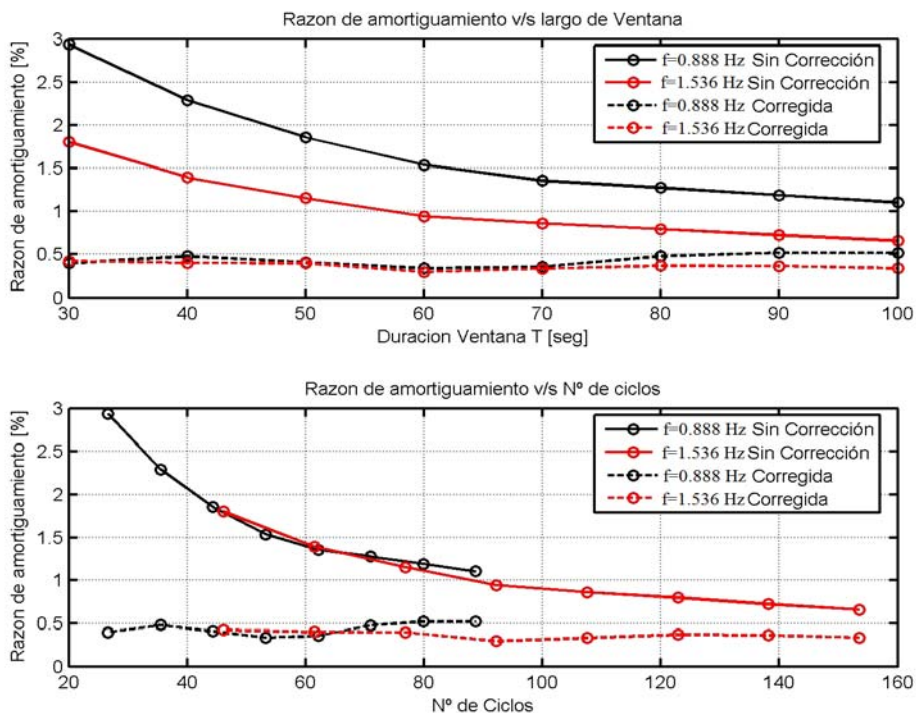


Figura 5 – Estimación de tasas de amortiguamiento y corrección para modos de frecuencia 0.89 Hz y 1.54Hz utilizando ventanas de diverso tamaño ó N° de ciclos.

Tabla 1 – Estimación de Amortiguamientos y corrección.

T	[seg]	30	40	50	60	70	80	90	100
n_d	[Num]	78	58	46	38	32	28	24	22
ε_r	[Adim]	0.113	0.131	0.147	0.162	0.177	0.189	0.204	0.213
f_{n-1}	[Hz]	0.888	0.888	0.888	0.888	0.888	0.888	0.888	0.888
f_{n-2}	[Hz]	1.537	1.537	1.537	1.536	1.537	1.536	1.536	1.536
β_1	[%]	2.94	2.29	1.85	1.54	1.36	1.28	1.19	1.10
β_2	[%]	1.80	1.39	1.15	0.94	0.86	0.80	0.72	0.66
β_{1-corr}	[%]	0.39	0.48	0.41	0.34	0.36	0.48	0.52	0.52
β_{2-corr}	[%]	0.42	0.40	0.40	0.29	0.33	0.37	0.36	0.34
$N_{ciclos-1}$	[Num]	26.6	35.5	44.4	53.3	62.1	71.0	79.9	88.8
$N_{ciclos-2}$	[Num]	46.1	61.5	76.8	92.2	107.6	122.9	138.2	153.6
	f_{n-1} [Hz]	0.888			f_{n-2} [Hz]	1.536			

Se comprueba que la tasa de amortiguamiento estimado cambia dependiendo de la duración de la ventana. En particular se aprecia que las tasas de amortiguamiento corregidas son prácticamente constantes independientes del número de ciclo, mostrando la bondad de la corrección.

En general la tasa de muestreo para el modo de 0.89Hz es del orden de [0.36%-0.52%] y la de 1.54Hz esta en el rango de [0.30%-0.40%].

CONCLUSIONES

Se verifico que al utilizar ventanas de una duración finita para estimar el espectro de potencia de la respuesta de una estructura bajo condiciones ambientales se produce un ensanchamiento del ancho de banda del espectro de potencia al producirse al fenómeno de leakage, el cual se ve acentuado en la medida que la ventana utilizada tenga una menor duración.

Se comprueba que este ensanchamiento produce una sobre estimación de las tasas de amortiguamiento a partir del método de ancho de banda. Sin embargo este error es un error sistémico que depende de la ventana utilizada y del número de ciclos que la ventana contiene y por cuanto se puede corregir.

Se propone un método número para obtener gráficos que permiten corregir el amortiguamiento que puede ser generado para diversos tipos de ventanas.

En particular se establece un ábaco de corrección para una ventana del tipo Hanning y se ajustan a una función cuya validez se establece hasta una tasa de amortiguamiento de 6%.

Finalmente se aconseja utilizar los ábacos de corrección y estimar el amortiguamiento utilizando ventanas de diversa duración, para estudiar la calidad de la estimación y de la corrección.

En general la corrección debe ser aplicada utilizando ventanas de larga duración en relación al periodo, lo cual es a la vez más complejo en estructuras de periodo largo, siendo recomendable utilizar ventanas de al menos 30 ciclos.

REFERENCIAS

Boroschek Rubén, Hernández Francisco. "Experimental Evaluation of the Modal Parameters Changes of a Telescopic Bulk Dock Structure". *Proc: 26to IMAC. Florida, USA. 2007.*

Bendat Julius, Piersol Allan. "Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis". *John Wiley & Sons, Inc.*1980.

Brincker, R.; Zhang, L.; Andersen, P., "Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition". *Proc. SPIE Vol. 4062, Proc. IMAC-XVIII: A Conference on Structural Dynamics., p.625.2000*

Kawasumi Hiroshi, Etsuzo Shima. "Some Applications of a Correlator to Engineering Problems". *Proc. 3rd World Conference Earthquake Engineering.* 1965.

Hernandez Francisco, Boroschek Rubén. "Evaluación analítica y experimental de la variación de las frecuencias predominantes utilizando métodos lineales y no-lineales de identificación". *Proc: XXXIII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural.* 2008.

Hernández Francisco. "Análisis de métodos de Identificación de variación de Propiedades Dinámicas". *Tesis para optar al grado de magíster en ciencias de la ingeniería sísmica, Universidad de Chile.* 2009.

Tanaka Teiji, Yoshizawa Shizuyo, Osawa Yutaka, Morishita Toshizo.. "Period and Damping of Vibration in Actual Buildings During Earthquakes". *Proc. of Bulletin of the Earthquake Research Institute.* Vol. 47. 1969: 1073-1092.