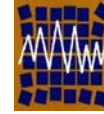




Universidad de Concepción  
Departamento de Ingeniería Civil



Asociación Chilena de Sismología e  
Ingeniería Antisísmica

## CÓDIGO N° A14-11 USO DEL MÉTODO DE FRECUENCIA NO PARAMETRICA Y SSI PARA LA IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES MODALES DE EDIFICIOS.

A.E. Castillo<sup>1</sup> and R.L. Boroschek<sup>2</sup>

1.- Departamento de Ingeniería Civil Universidad de Chile.  
Blanco Encalada 2002, Santiago, Chile  
e-mail: [acastill@ing.uchile.cl](mailto:acastill@ing.uchile.cl)

2.- Departamento de Ingeniería Civil Universidad de Chile.  
Blanco Encalada 2002, Santiago, Chile  
e-mail: [rborosch@ing.uchile.cl](mailto:rborosch@ing.uchile.cl)

### RESUMEN

Este trabajo presenta los resultados de la identificación de propiedades dinámicas utilizando excitaciones ambientales para un modelo teórico simple de una estructura de 5 grados de libertad y sobre una estructura real correspondiente a un edificio de hormigón armado de 25 pisos. El objetivo es la comparación de dos métodos de identificación modal con respecto a un modelo de elementos finitos. Los métodos de identificación utilizados son el de frecuencia no paramétrico (FNP) y el método del subespacio estocástico (SSI), ambos métodos utilizan microvibraciones para realizar la estimación de frecuencias, amortiguamientos y formas modales. El estudio permite establecer que ambos métodos identifican las frecuencias modales y para formas modales, aunque FNP no puede hacer la estimación cuando las frecuencias son muy cercanas en forma confiable especialmente sus períodos y con menor precisión al amortiguamiento y forma modal.

*Palabras claves: vibración ambiental, identificación de sistemas, paramétrico, SSI*

### 1. INTRODUCCIÓN

Las estructuras están sometidas constantemente a excitaciones provenientes del viento, del tránsito o propias del uso que poseen, estas excitaciones pueden ser utilizadas para conocer sus propiedades modales. En este trabajo se evalúan dos métodos de identificación para estimar sus ventajas y desventajas,

el método no paramétrico de frecuencia basado en espectros de potencia, transferencia, fase y coherencia, y el método del subespacio estocástico.

## 2. IDENTIFICACIÓN MODAL

### 2.1 Método de frecuencia no paramétrico (FNP)

El método se basa en transformar la señal de salida de los sensores al espacio de la frecuencia y así trabajar con las frecuencias predominantes que aparecen.

La identificación de las propiedades dinámicas se realiza calculando los espectros de densidad de potencia o PSD (*Power Spectrum Density*) para cada registro. El PSD es el promedio normalizado del valor absoluto al cuadrado de la Transformada Rápida de Fourier o FFT (*Fast Fourier Transform*) de un registro o un tramo de un registro.

Las frecuencias modales se determinan identificando los “peaks” en el PSD de los registros y se ratifican mediante los gráficos de las correlaciones con respecto a los registros pertenecientes al resto de los sensores. Para esto se espera que la correlación sea mayor a 0.9 en las frecuencias encontradas por los peaks.

Las formas modales se identifican para las frecuencias modales encontradas a partir de la función de transferencia entre los sensores, para la cual se calcula la amplitud y la fase. Se normaliza con respecto a unos de los canales de referencia y se determina el ángulo de fase del canal de referencia con respecto al resto de los canales para determinar el signo.

El amortiguamiento modal se calcula utilizando el método de ancho de banda. En el método de ancho de banda se identifican las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$ , asociadas a la mitad de la amplitud en el PSD, para una frecuencia predominante. Luego se calcula el parámetro A que finalmente sirve para calcular el amortiguamiento modal viscoso equivalente ( $\psi$ ) (Tanaka 1966).

$$A = \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_2^2 + f_1^2} \quad \Psi = 0.5A(1 - 0.375A^2) \quad (2.1)$$

El FNP presenta inconvenientes en la identificación para frecuencias muy cercanas. Además tiene una alta dependencia de la resolución o discretización del FFT.

### 2.2 Método del Subespacio Estocástico (SSI)

Este método consiste en la identificación de las propiedades de un sistema excitado por una señal de entrada desconocida, asumiendo que esta señal es del tipo aleatoria correspondiente a un ruido blanco o cercano a este. La formulación en extenso del método se encuentra en Peeters(2000) y Valdés(2004). A continuación se muestra un resumen del desarrollo del método SSI, partiendo de la ecuación de equilibrio dinámico:

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = f(t) \quad (2.2)$$

Con  $M, C, K$  en  $\mathbb{R}^n$  con  $n$  correspondiente a los grados de libertad. Donde  $q(t)$  es el desplazamiento y  $f(t)$  es la fuerza de excitación.

Con el fin de disminuir el orden de la ecuación (2.2) se introduce el término  $x(t) = \begin{pmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{pmatrix}$ , llegando a la siguiente ecuación:

$$\dot{x}(t) = A_c \cdot x(t) + f_c(t) \quad (2.3)$$

$$\text{Donde: } A_c = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{pmatrix} \quad f_c(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ M^{-1}f(t) \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Debido a la imposibilidad de medir todos los grados de libertad independientes que definen el movimiento de una estructura, se debe introducir una ecuación de datos observados (aceleración, velocidad o desplazamiento). Con lo que se llega a:

$$y(t) = C_a \cdot \ddot{q}(t) + C_v \cdot \dot{q}(t) + C_d \cdot q(t) \quad (2.5)$$

donde  $y(t)$  en  $\mathbb{R}^l$

$C_a, C_v, C_d \in \mathbb{R}^{l \times n}$  son matrices que indican la ubicación de los salidas, por lo que contienen 1 y 0.

La fuerza de excitación se puede expresar en función de desplazamientos:

$$f_c(t) = B_c \cdot u(t) \quad (2.6)$$

Teniendo en cuenta lo anterior y asumiendo que la información de las salidas proviene de la aceleración (correspondiente específicamente al tipo de sensores utilizados para la medición en este trabajo) se tiene:

$$y(t) = C_c \cdot x(t) + D_c \cdot u(t) \quad (2.7)$$

$$\text{Donde: } C_c = [-C_a M^{-1}K \quad -C_a M^{-1}C] \quad D_c = C_a M^{-1}B_c \quad (2.8)$$

El sistema observado finalmente está compuesto de dos ecuaciones continuas en el tiempo

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c x(t) + B_c u(t) \\ y(t) &= C_c x(t) + D_c u(t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Reconociendo que la señal utilizada se encuentra en el espacio discreto, se debe adecuar la ecuación 2.9 a:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A \cdot x_k + B_c u_k \\ y_k &= C \cdot x_k + D \cdot u_k \end{aligned} \quad (2.10)$$

Las matrices continuas se relacionan con sus contrapartes discretas de la siguiente forma (Peeters 2000)

$$A = e^{A_c \cdot \Delta t} \quad B = (A - I) \cdot A_c^{-1} \cdot B_c \quad C = C_c \quad D = D_c \quad (2.11)$$

Los vectores propios discretos son iguales a los continuos y los valores propios discretos se relacionan como se muestra a continuación:

$$\mu_i = e^{\lambda_i \Delta t} \Rightarrow \lambda_i = \frac{\ln(\mu_i)}{\Delta t} \quad (2.12)$$

Para el caso no amortiguado se sabe que:

$$\omega_i = \frac{|\ln(\mu_i)|}{\Delta t} \quad (2.13)$$

$$\text{Real}(\lambda_i) = -\beta_i \cdot \omega_i \quad (2.14)$$

Debido que las señales de entrada no son conocidas se incorpora como ruido del sistema.

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A \cdot x_k + w_k \\ y_k &= C \cdot x_k + v_k \end{aligned} \quad (2.15)$$

La señal de entrada esta implícita en los términos de ruido, suponiendo así que la estructura es excitada por ruido blanco.

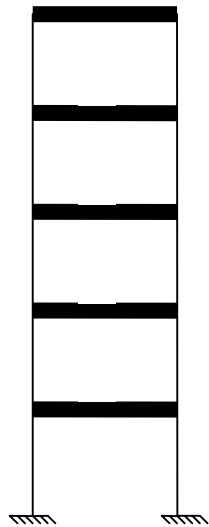
El método del subespacio identifica las matrices state-space basándose en avanzadas técnicas numéricas. Una vez que se identifican las matrices del state-space se utilizan las ecuaciones 2.12 y 2.13 para estimar las frecuencias modales, la ecuación 2.14 para los amortiguamientos y se introduce la ecuación 2.16 (Peeters 2003), que define las formas modales por medio de las matrices  $V$  y  $\Psi$ , esta última corresponde a la matriz de vectores propios de la matriz de estado  $A$ .

$$V = C \cdot \Psi \quad (2.16)$$

### 3. Identificación modelo teórico.

Con el fin de comprobar la exactitud de los métodos utilizados en la identificación de las propiedades modales se crea una estructura de 5 grados de libertad (GDL), la cual es sometida a una aceleración en la base del tipo ambiental y analíticamente se calculan las aceleraciones correspondientes a cada piso, estas son usadas para la identificación de las propiedades mediante el método de dominio de frecuencia y el SSI.

Para la construcción de la estructura se definen las matrices de masa y rigidez. Se considera 5 masas ( $m$ ) iguales de valor 1. Para la rigidez ( $k$ ) se considera similar en todos los pisos y de valor igual a 1000. Teniendo las matrices de rigidez y la masa se calculan las frecuencias naturales de la estructura y las formas modales correspondientes.



**Tabla 1** Frecuencias

Modo	f[Hz]
1	1.433
2	4.182
3	6.592
4	8.468
5	9.658

**Tabla 2** Formas Modales Normalizadas

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
1	1	1	1	1
0.919	0.310	-0.715	-1.831	-2.683
0.764	-0.594	-1.204	0.521	3.513
0.546	-1.088	0.373	1.398	-3.229
0.285	-0.831	1.310	-1.683	1.919

**Tabla 3** Amortiguamientos<sup>1</sup>

Modo	Beta
1	0.01
2	0.01
3	0.01
4	0.01
5	0.01

**Figura 1** Estructura idealizada

Se utiliza una excitación aleatoria con una duración de 150 minutos y una frecuencia de muestreo,  $F_s$ , igual 200 muestras por segundo.

### 3.1 Análisis FNP

Las frecuencias predominantes son calculadas a partir del espectro de potencia (PSD), las cuales aparecen en la Tabla 4.

**Tabla 4** Frecuencias

Modo	f[Hz]
1	1.440
2	4.175
3	6.592
4	8.472
5	9.619

Considerando los espectros de potencias de la señal de salida de los 5 sensores, se puede obtener datos promediados del amortiguamiento modal. Para los cálculos se utilizaron diferentes largos de ventana dependiendo del modo.

<sup>1</sup> Amortiguamiento proporcional al amortiguamiento crítico

El amortiguamiento se calcula utilizando el método de ancho de banda mediante la ecuación 2.1. En la siguiente tabla se muestra el amortiguamiento promediado y su desviación estándar, también se observa el largo de la ventana utilizado y el valor de nfft.

**Tabla 5** Amortiguamientos

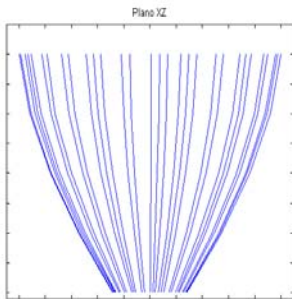
Modo	Beta	$\sigma_{\text{Beta}}$
1	0.012	0.000002
2	0.012	0.000467
3	0.011	0.002021
4	0.011	0.000572
5	0.013	0.003693

**Tabla 6** Módulo de Formas modales

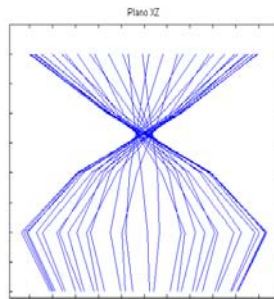
Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
1	1	1	1	1
0.919	0.211	-0.580	-1.369	2.644
0.764	-0.808	-0.987	0.524	0.170
0.546	-1.325	0.494	1.390	2.218
0.285	-0.973	1.281	-1.212	1.775

La determinación de las formas modales se realiza conociendo la amplitud en la función de transferencia entre las señales que entregan los diferentes sensores utilizados para las frecuencias modales identificadas. A partir de la misma función de transferencia se puede conocer el ángulo de fase entre los sensores para conocer la dirección del movimiento. La función de transferencia se calcula en función de un sensor de referencia.

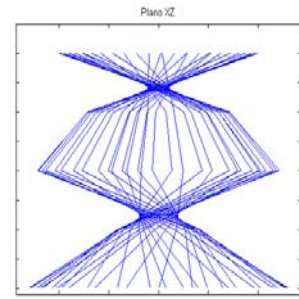
En forma gráfica podemos distinguir las formas modales:



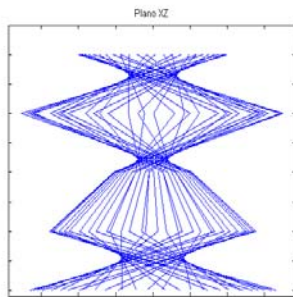
**Figura 2** : Forma modal. Modo 1



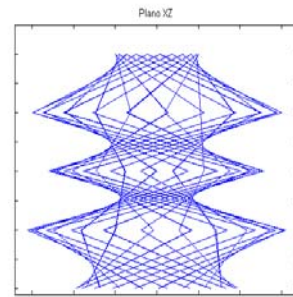
**Figura 3** : Forma modal. Modo 2



**Figura 4** : Forma modal. Modo 3



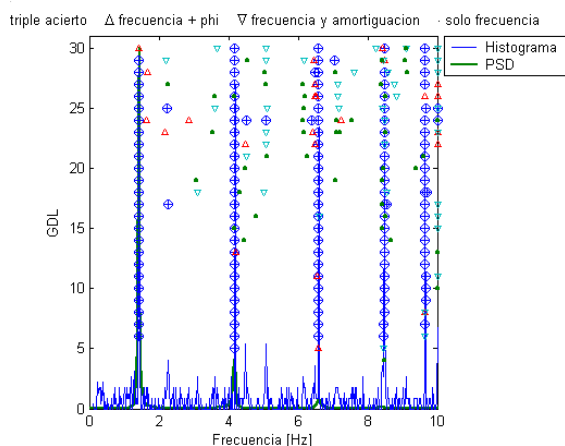
**Figura 5** : Forma modal. Modo 4



**Figura 6** : Forma modal. Modo 5

### 3.2 ANÁLISIS SSI

Para el análisis por SSI se utiliza el mismo registro pero sólo los diez minutos iniciales para disminuir el tiempo de procesamiento, además teniendo en cuenta que los resultados no presentarán mayores variaciones si se considera un mayor largo del registro.



**Figura 7** : Diagrama de estabilidad

En el diagrama de estabilidad se pueden ver las frecuencias predominantes estables que se resumen en la Tabla 7. Las frecuencias se estabilizan considerando 9 gdl o más para realizar el modelo, obteniendo resultados similares para cada orden superior al 9 se promedian las frecuencias y se calcula la desviación estándar entre las frecuencias promediadas. En la tabla 8 se muestran los amortiguamientos promediados y su desviación estándar.

**Tabla 7** Frecuencias

Modo	f [Hz]	$\sigma_f^2$ [Hz]
1	1.431	0.0004
2	4.182	0.0014
3	6.587	0.0023
4	8.482	0.0084
5	9.654	0.0036

**Tabla 8** Amortiguamientos

Modo	Beta	$\sigma_{\text{Beta}}$
1	0.010	0.0002
2	0.009	0.0002
3	0.011	0.0002
4	0.011	0.0003
5	0.009	0.0003

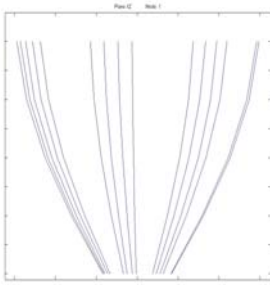
La obtención de las frecuencias se realizó promediando varios valores pero para la forma modal no es adecuado realizar esa operación. Lo que se hace es a partir de la frecuencia modal antes identificada asociar la forma modal compleja más cercana a ese valor, además se debe cumplir con la relación de triple acierto (frecuencia, amortiguamiento y forma modal). Debido al tipo complejo de la forma modal esta se puede dividir en una amplitud y una fase<sup>3</sup>. El módulo de las formas modales se presenta en las a la figuras 8 a la 12.

**Tabla 9** Formas modales complejas

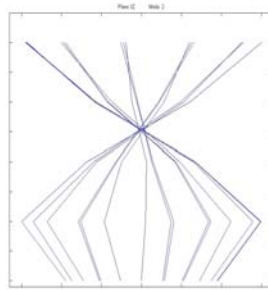
Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
1	1	1	1	1
0.919 + 0.001i	0.403 + 0.030i	-0.728 + 0.016i	-2.083 - 0.194i	-2.659 - 0.625i
0.764 + 0.003i	-0.460 + 0.017i	-1.224 + 0.026i	0.526 - 0.045i	3.494 + 0.347i
0.544 + 0.003i	-1.003 + 0.097i	0.359 + 0.013i	1.402 + 0.061i	-3.197 - 0.574
0.284 + 0.004i	-0.633 + 0.083i	1.311 - 0.008	-1.915 - 0.218	1.934 - 0.102i

<sup>2</sup>  $\sigma_f$ : desviación estándar, en este caso de la frecuencia modal encontrada

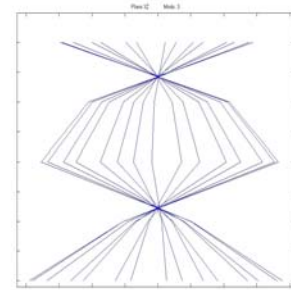
<sup>3</sup> Si z es un complejo  $z = |z| \cdot \exp(-i \cdot \Phi)$  donde |z| es la amplitud y  $\Phi$  es la fase.



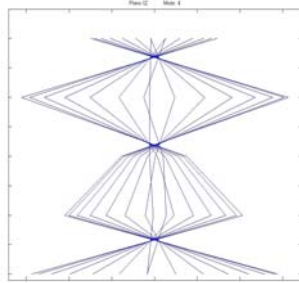
**Figura 8** : Forma modal. Modo 1



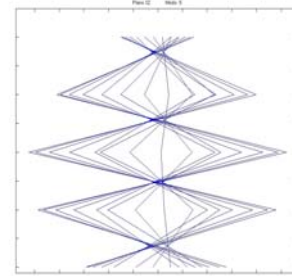
**Figura 9** : Forma modal. Modo 2



**Figura 10** : Forma modal. Modo 3



**Figura 11** : Forma modal. Modo 4



**Figura 12** : Forma modal. Modo 5

La siguiente tabla entrega para frecuencias y amortiguamiento el resultado del cálculo por medio del método de dominio en frecuencia y el SSI, además entre paréntesis aparece la diferencia entre el valor real y el valor calculado.

**Tabla 10** Comparaciones

	Frecuencias		Amortiguamiento	
	SSI	FNP	SSI	FNP
Modo 1	1.431 (-0.09 %)	1.440 (0.55 %)	0.010 (-2.50 %)	0.012 (17.85 %)
Modo 2	4.182 (0.00 %)	4.175 (-0.16 %)	0.009 (-6.30 %)	0.012 (16.56 %)
Modo 3	6.587 (-0.07 %)	6.592 (0.00%)	0.011 (7.33 %)	0.011 (12.79 %)
Modo 4	8.481 (0.16 %)	8.472 (0.04 %)	0.011 (10.55 %)	0.011 (13.53 %)
Modo 5	9.654 (-0.04 %)	9.619 (-0.4 %)	0.009 (-9.08 %)	0.013 (32.97 %)

**Tabla 11** MAC<sup>4</sup> para formas modales FNP

MAC	Modo	Formas modales FNP				
		1	2	3	4	5
Formas modales originales	1	1.000	0.047	0.005	0.000	0.424
	2	0.000	0.952	0.001	0.000	0.061
	3	0.000	0.001	0.994	0.000	0.039
	4	0.000	0.000	0.000	0.999	0.060
	5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.416

**Tabla 12** MAC para formas modales SSI

MAC	Modo	Formas modales SSI				
		1	2	3	4	5
Formas modales originales	1	1.000	0.013	0.000	0.005	0.004
	2	0.000	0.981	0.000	0.000	0.001
	3	0.000	0.001	1.000	0.000	0.001
	4	0.000	0.004	0.000	0.994	0.001
	5	0.000	0.001	0.000	0.000	0.993

<sup>4</sup> Del inglés *Modal Assurance Criterion*. Donde  $MAC(i, j) = \frac{|\Psi_i' \Psi_j|}{(\Psi_i' \Psi_i)(\Psi_j' \Psi_j)}$



A partir de la Tabla 10 se puede decir que en la identificación de las frecuencias se logra un resultado exitoso con pequeñas diferencias porcentuales para ambos métodos.

Para la identificación del amortiguamiento modal se encuentran mayores diferencias entre ambos métodos, encontrándose mejores resultados por el método SSI que logra con sólo 10 minutos de registro presentar menor diferencia con respecto a los valores reales. También se logra encontrar una deficiencia del método del dominio en frecuencia que se basa en que no es posible identificar con gran certeza el amortiguamiento modal de estructuras con bajas frecuencias y además bajos amortiguamiento. Otro problema se basa en que el largo del registro utilizado es excesivo y es ineficiente aplicado a una situación real. Cabe mencionar que el registro utilizado producía en la estructura que se presentarán mayores amplitudes en los modos 1, 2 y 3, lo que implicaba en que no se lograba formar un verdadero peak en el espectro de potencia del registro de salida, lo que dificultaba la identificación de las frecuencias en los modos 4 y 5.

Las formas modales son identificadas por el método SSI, presentándose un incremento de las diferencias para los modos últimos. Algo parecido pasa para la identificación en el dominio en frecuencia pero la magnitud de las diferencias son notorias, incluso la forma modal del modo 5 no se logra identificar. La inexactitud de la forma modal se puede verificar en la gráfica para los diferentes modos (Figura 2 a Figura 6), en ellas se puede registrar que las deformadas presentan intervención de más de un modo.

#### 4. Identificación caso real

El edificio estudiado posee 25 pisos, una altura total de 104.12 m desde la base y una altura del piso tipo de 3.6 metros.

La medición se realizó el 31 de marzo del 2005. Para la medición se utilizaron 6 acelerómetros. Los equipos fueron proporcionados por el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile. Los sensores son del tipo masa-resorte usando una capacitancia transductora y regeneración electromagnética. En la figura 13 se muestra la disposición en planta de los sensores móviles. De los sensores utilizados 3 se mantienen fijos en el piso 24 y los otros 3 se movilizan a lo alto del edificio, en los pisos 20, 17, 14, 11, 8 y 5. En el piso 20 se realiza una medición de 40 minutos para la identificación del amortiguamiento mediante FNP y en los restantes pisos se miden sólo 10 minutos en cada uno.

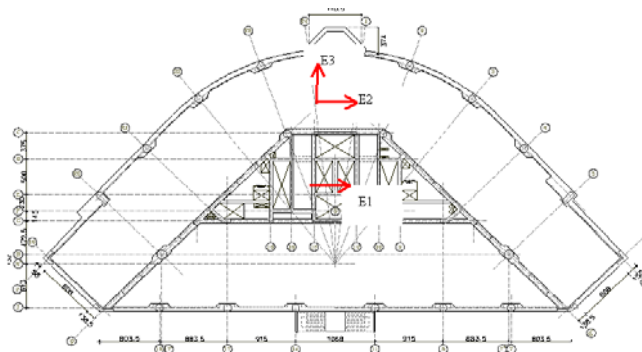
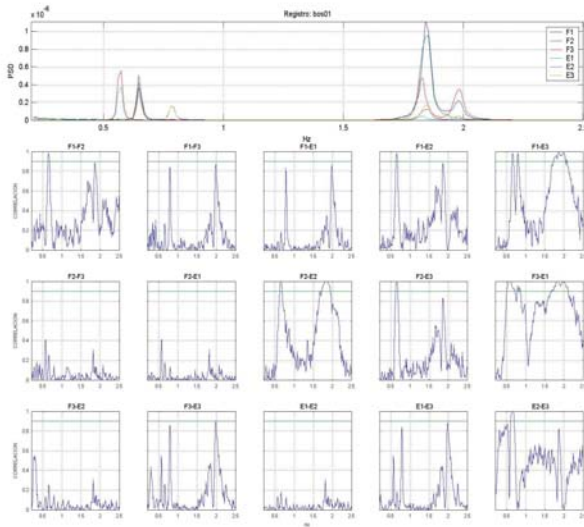


Figura 13 : Localización de los sensores móviles

#### 4.1 Análisis en el dominio de la frecuencia

Para determinar las frecuencias predominantes en el edificio se utiliza un registro de 40 minutos, para el cual se calcula el espectro de potencia de todos los sensores y las correlaciones entre los sensores.



**Figura 14** : Espectro de potencia y correlaciones en el rango de 0.3 a 2.5 Hz

De acuerdo al PSD y las funciones de correlaciones entre los sensores se determinan las frecuencias modales. El resultado se puede ver en la Tabla 13.

**Tabla 13** Frecuencias

Modo	f[Hz]
1	0.561
2	0.659
3	0.781
4	1.820
5	1.855
6	1.977

Se realiza la identificación del amortiguamiento considerando los PSD correspondientes a cada sensor y aplicando el método de ancho de banda para cada una de las frecuencias modales. Finalmente con los valores para cada PSD se calcula el promedio y desviación estándar (ver Tabla 14), considerando al primero como el amortiguamiento modal.

Debido que las frecuencias 1.82 Hz y 1.855 Hz son muy cercanas se hace difícil la determinación, no es posible discriminar al estar los modos acoplados.

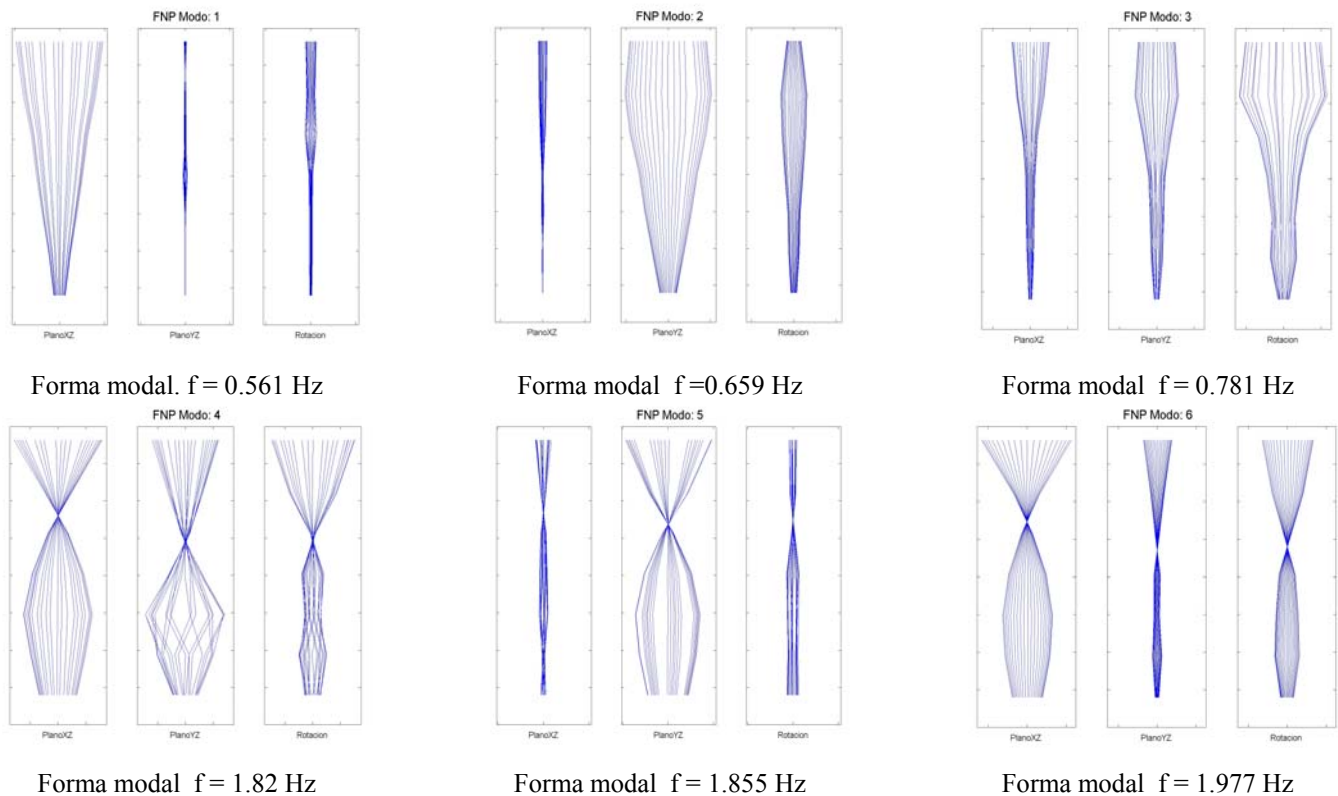
**Tabla 14** Amortiguamientos

f[Hz]	Beta	$\sigma_{\text{Beta}}$
0.561	0.025	0.0000
0.659	0.023	0.0001
0.781	0.024	0.0010
1.820	0.012	0.0012
1.855	0.015	0.0011
1.977	0.013	0.0003

#### 4.2 Identificación formas modales

Para identificar las formas modales se debe conocer la amplitud y la fase correspondiente a una frecuencia antes determinada, las cuales se evalúan a partir de la función de transferencia de las señales que entregan los distintos sensores. Siempre se utilizan los sensores fijos para referenciar a los móviles, con lo que se logra relacionar registros que son realizados en distintos instantes de tiempo.

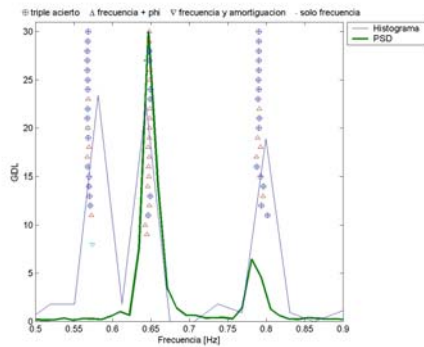
En la Figura 15 se muestran las formas modales en el centro de masa definidas para las frecuencias identificadas anteriormente. El modo 1 asociado a la frecuencia 0.561 Hz tiene dirección longitudinal (Plano XZ), la rotación que se presenta es muy pequeña en comparación con los desplazamientos en XZ. El modo 2 asociado a la frecuencia 0.659 Hz posee una predominancia en la dirección transversal (Plano YZ) y la componente rotacional son muy pequeñas en comparación con los desplazamientos en YZ. La forma modal para el modo 3 presenta desplazamientos en los planos XZ e YZ, además de una fuerte componente rotacional, por lo que se define la dirección del modo como “rotacional”. En el modo 4 se ve alterado debido a la cercanía de las frecuencias modales con respecto al modo 5.



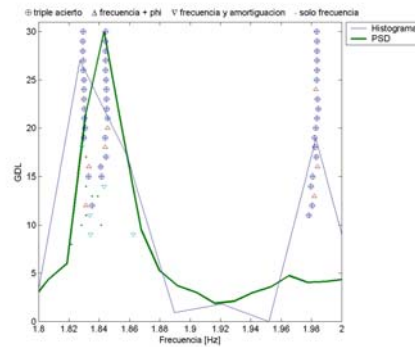
**Figura 15** : Formas modales en el centro de masa para las frecuencias identificadas en la banda 0.3 a 2.5 Hz

#### 4.3 Análisis mediante SSI

Se analizan todos los registros de los cuales se obtienen frecuencias, amortiguamientos y formas modales. Para frecuencias y amortiguamientos correspondientes al mismo modo se obtienen valores equivalentes de acuerdo al registro que se analice. El promedio de los valores es definido como la frecuencia modal.



**Figura 16** :Diagrama de Estabilidad Registro bos01a Entre 0.5 y 0.9 Hz



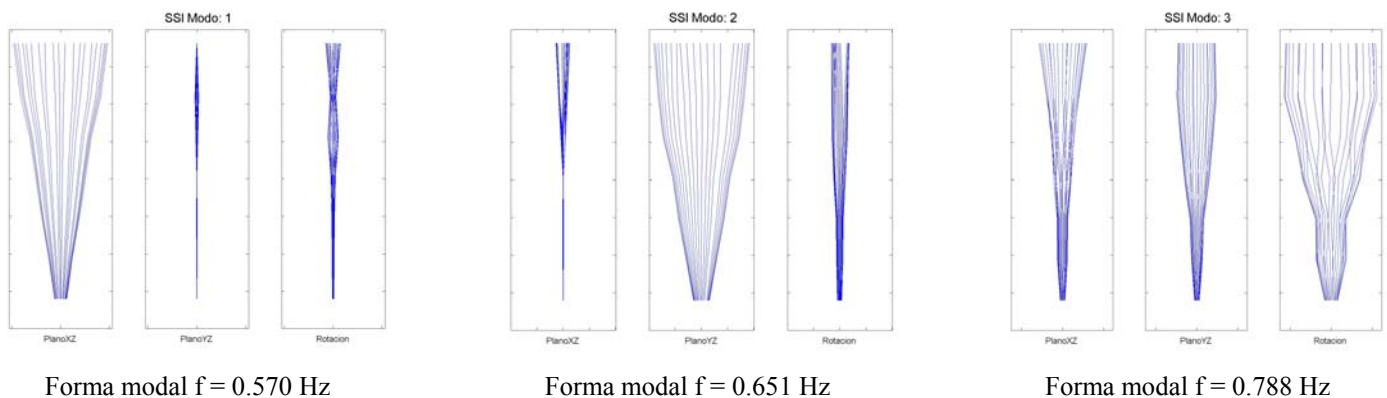
**Figura 17** :Diagrama de Estabilidad Registro bos01a Entre 1.8 y 2 Hz

En las Figura 16 y en la Figura 17 se muestran las zonas donde se concentran las frecuencias modales de los 6 primeros modos. En la Figura 17 se ve claramente que existen 2 peaks en la zona entre 1.82 y 1.85 Hz. En la Tabla 15 se entrega el resumen de las frecuencias identificadas y los amortiguamientos asociados.

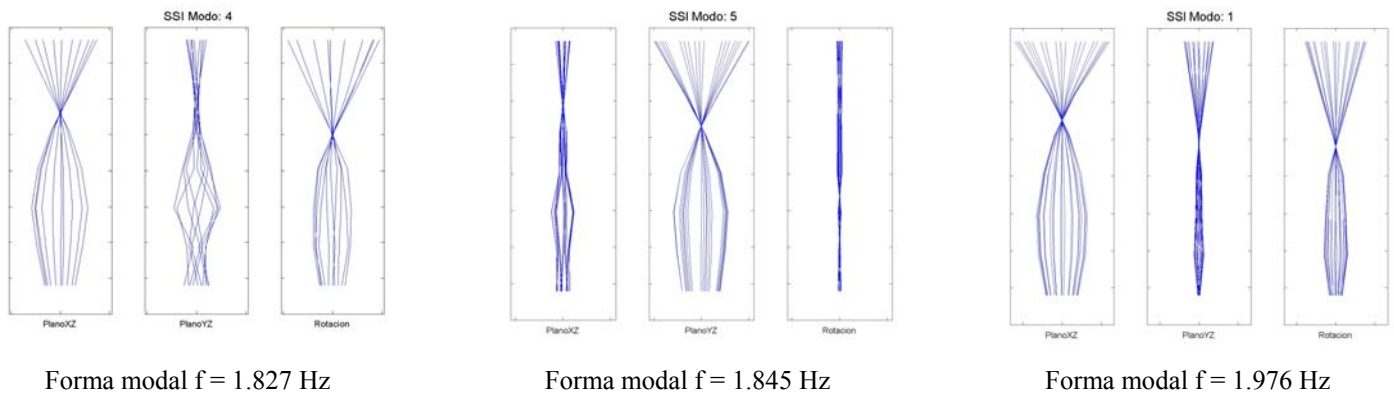
**Tabla 15** Frecuencias identificadas y amortiguamientos asociados

Modo	$f$ [Hz] <sup>5</sup>	$\sigma_f$ [Hz]	Amortiguamiento	$\sigma_{\text{Amortiguamiento}}$
1	0.570	0.000	0.010	0.000
2	0.651	0.000	0.010	0.000
3	0.788	0.000	0.006	0.000
4	1.827	0.000	0.005	0.000
5	1.845	0.001	0.009	0.007
6	1.976	0.010	0.008	0.001

Las formas modales se obtienen agrupando los valores dados por el SSI para cada registro y referenciando los valores con uno de los sensores bases.



<sup>5</sup>  $f$  corresponde a la frecuencia promedio entre todos los valores que se encuentra en la banda



**Figura 18** : Formas modales obtenidas en el CM mediante SSI

De acuerdo a la Figura 18 se puede notar que en la forma hay una correspondencia en el modo 1, 2, 3, 5 y 6 con respecto a FNP, pero no en el modo 4 correspondiente a la frecuencia 1.827 Hz.

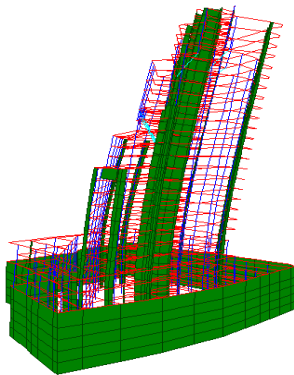
#### 4.4 Modelo de elementos finitos

El modelo del edificio fue creado por la oficina de diseño del edificio. La Tabla 16 es un resumen de los resultados obtenidos del modelo. En la misma tabla se muestra una comparación con los resultados obtenidos mediante FNP y SSI para el caso de las frecuencias, mostrándose entre paréntesis las diferencias con respecto al modelo de EF. El amortiguamiento en el modelo se asume como constante e igual a un 5% del amortiguamiento crítico.

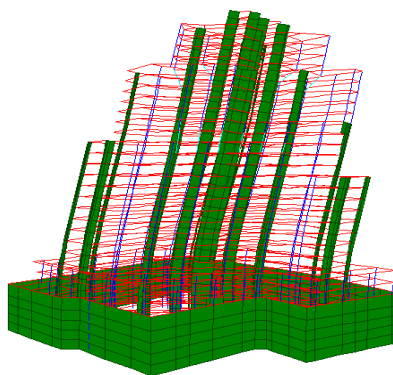
**Tabla 16** Frecuencias identificadas mediante diferentes métodos

Modo	EF (Hz)	FNP (Hz)	SSI (Hz)
1	0.330	0.561 (70.0 %)	0.570 (72.7 %)
2	0.381	0.659 (73.0 %)	0.651 (70.9 %)
3	0.497	0.781 (57.1 %)	0.788 (58.6 %)
4	1.013	1.820 (79.7 %)	1.827 (80.4 %)
5	1.149	1.855 (61.4 %)	1.845 (60.6 %)
6	1.249	1.977 (58.3 %)	1.976 (58.2 %)

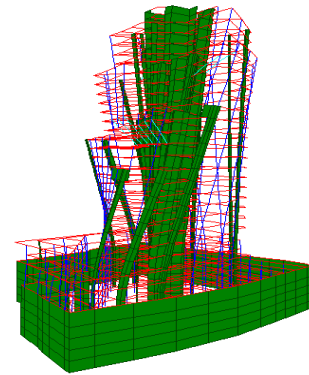
Las formas modales calculadas mediante el modelo de elementos finitos (EF) se ilustran en las figuras 19, 20 y 21 para los modos 1, 2 y 3 respectivamente.



**Figura 19** : Forma modal para modo 1 dirección xz



**Figura 20** : Forma modal para modo 2 dirección yz



**Figura 21** : Forma modal para modo 3 dirección xz

Las formas modales se comparan utilizando la matriz MAC. Comparando el modelo EF con respecto a los métodos de identificación se obtienen las tablas 17 y 18. Además se determina el MAC entre los métodos experimentales (ver Tabla 19).

**Tabla 17** Matriz MAC para FNP

		Formas modales FNP						
		Modo	1	2	3	4	5	6
Modelo EF	1	0.993	0.000	0.447	0.002	0.002	0.054	
	2	0.004	0.982	0.481	0.012	0.012	0.018	
	3	0.353	0.178	0.004	0.175	0.262	0.004	
	4	0.001	0.004	0.020	0.136	0.901	0.133	
	5	0.008	0.018	0.000	0.645	0.700	0.157	
	6	0.029	0.000	0.061	0.504	0.005	0.943	

**Tabla 18** Matriz MAC para SSI

		Formas modales SSI						
		Modo	1	2	3	4	5	6
Modelo EF	1	0.996	0.000	0.370	0.009	0.004	0.058	
	2	0.002	0.997	0.607	0.115	0.060	0.023	
	3	0.339	0.150	0.001	0.037	0.166	0.004	
	4	0.000	0.022	0.045	0.057	0.800	0.140	
	5	0.008	0.044	0.015	0.173	0.860	0.146	
	6	0.027	0.000	0.024	0.695	0.055	0.936	

**Tabla 19** Matriz MAC para SSI vs FNP

		Formas modales FNP						
		Modo	1	2	3	4	5	6
Formas modales SSI	1	0.998	0.015	0.487	0.000	0.006	0.054	
	2	0.007	0.988	0.297	0.172	0.007	0.007	
	3	0.367	0.410	0.872	0.028	0.022	0.144	
	4	0.003	0.003	0.022	0.070	0.385	0.381	
	5	0.004	0.012	0.010	0.004	0.965	0.008	
	6	0.052	0.003	0.177	0.361	0.006	0.999	

**Tabla 20** Matriz MAC para EF entre si

		Formas modales EF						
		Modo	1	2	3	4	5	6
Modelo EF	1	1.000	0.000	0.305	0.000	0.008	0.026	
	2	0.000	1.000	0.158	0.023	0.038	0.000	
	3	0.305	0.158	1.000	0.219	0.132	0.000	
	4	0.000	0.023	0.219	1.000	0.456	0.040	
	5	0.008	0.038	0.132	0.456	1.000	0.294	
	6	0.026	0.000	0.000	0.040	0.294	1.000	

#### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la tabla 16 aparecen las frecuencias estimadas para ambos métodos y las obtenidas en el modelo de EF, de las cuales se observa que para ambos métodos de identificación los resultados son similares y con respecto al modelo de EF presenta una diferencia, la cual es constante y proviene por una parte de las diferencias habituales que se presentan al utilizar microvibraciones y por otra parte se cree que proviene del módulo de elasticidad del hormigón armado que esta orientado a la respuesta fisurada de la estructura. Otras fuentes comunes están asociadas a la sobrecarga existente al momento de la medición, la cual es menor a la de diseño.

En la tabla 17 se observa que los amortiguamientos estimados mediante SSI para los modos 3, 4, 5 y 6 son inferiores al 1 %, lo cual proviene de las condiciones de medición. Para FNP se logra identificar el amortiguamiento, exceptuando los modos 4 y 5 que no es falible dar como certero el resultado debido a las cercanías de ambos modos.

Las formas modales en ambos métodos son identificadas, exceptuando en los modos 4 y 5, en los cuales FNP no logra una identificación certera debido a las cercanías de las frecuencias y para SSI las condiciones de medición inciden en los resultados. Además en la tabla 20 se puede observar que los modos 4 y 5 para el modelo de EF presentan entre si una correlación que se aleja del 0.

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se demuestra que los métodos utilizados presentan similitudes en los valores estimados para frecuencias y formas modales. Para el amortiguamiento se logra la identificación en FNP pero no se puede concluir que presente ventajas sobre SSI debido a las condiciones presentadas durante la medición.

Finalmente se puede decir que SSI presenta ventajas debido a que necesita menores tiempos para lograr una identificación certera.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Al Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile, especialmente a Pedro Soto por su disposición y colaboración al momento de la medición.

## REFERENCIAS

1. Bendat, J. and Piersol, A. (1993). "Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis. 2<sup>nd</sup> edition, John Wiley & Sons, New York, NY.
2. Castillo, A. (2005). "Identificación de las propiedades modales de edificios altos utilizando el método del subespacio estocástico".
3. Peeters, B. (2000). "System Identification and Damage Detection in Civil Engineering". Tesis de doctorado. Katholieke Universiteit Leuven, Faculteit Toegepaste Wetenschappen.
4. Peeters, B. and De Roeck, G (1998). "Stochastic Subspace System Identification of a Steel Transmitter Mast".
5. Tanaka, T., Yoshizawa, S, Osawa Y., Morishita T., "Period and damping of vibration in actual building modes", Bull. of Seism. Soc. Am., 56, 1966, pp 793, 813.
6. Valdés, P. (2004). "Identificación paramétrica en sistemas estructurales utilizando el método del subespacio estocástico". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Universidad de Chile. Santiago, Chile.