

**2° CONGRESO IBEROAMERICANO DE INGENIERÍA SÍSMICA. MADRID,  
ESPAÑA, 16-19 DE OCTUBRE DE 2001, PÁG. 871-880.**

## **DETECCIÓN DE PROPIEDADES TIEMPO-FRECUENCIA EN REGISTROS SÍSMICOS REALES**

Autores: Rubén Boroschek K<sup>1</sup>., Leszek Szczecinski<sup>2</sup>, Daniel Correa<sup>1</sup>, Rodrigo Rivas<sup>3</sup>  
<sup>1</sup>Depto. Ing. Civil, Universidad de Chile, Blanco Encalada 2120, Stgo., Chile, [rborosch@ing.uchile.cl](mailto:rborosch@ing.uchile.cl)  
<sup>2</sup>INRS-Telecommunications, Canada  
<sup>3</sup>Depto. Ing. Eléctrica, Universidad de Chile, Chile

### **RESUMEN**

En el presente trabajo se caracterizan los patrones de evolución de frecuencias, amplitudes y singularidades de señales sísmicas reales utilizando la Transformada de Fourier por ventanas o espectrograma y la Transformada Wavelet. En una primera etapa se presenta la aplicación de los dos métodos en un registro sintético de características conocidas, para posteriormente aplicarlos en registros reales. Como conclusión principal del estudio de señales sintéticas se tiene que la técnica del espectrograma, al usar una ventana fija de análisis, permite establecer con relativa buena precisión la frecuencia pero no así su ubicación temporal o viceversa. El uso de la Transformada Wavelet en cambio, al utilizar una ventana ajustable, de acuerdo a las frecuencias que presenta la señal, logra identificar con mayor precisión la ocurrencia de cambios en el espacio del tiempo, pero con una menor precisión relativa en el espacio de la frecuencia, sin embargo esto puede ser mejorado. De estos dos métodos el de Transformada Wavelet permite utilizar los resultados en procesos de simulación de señales.

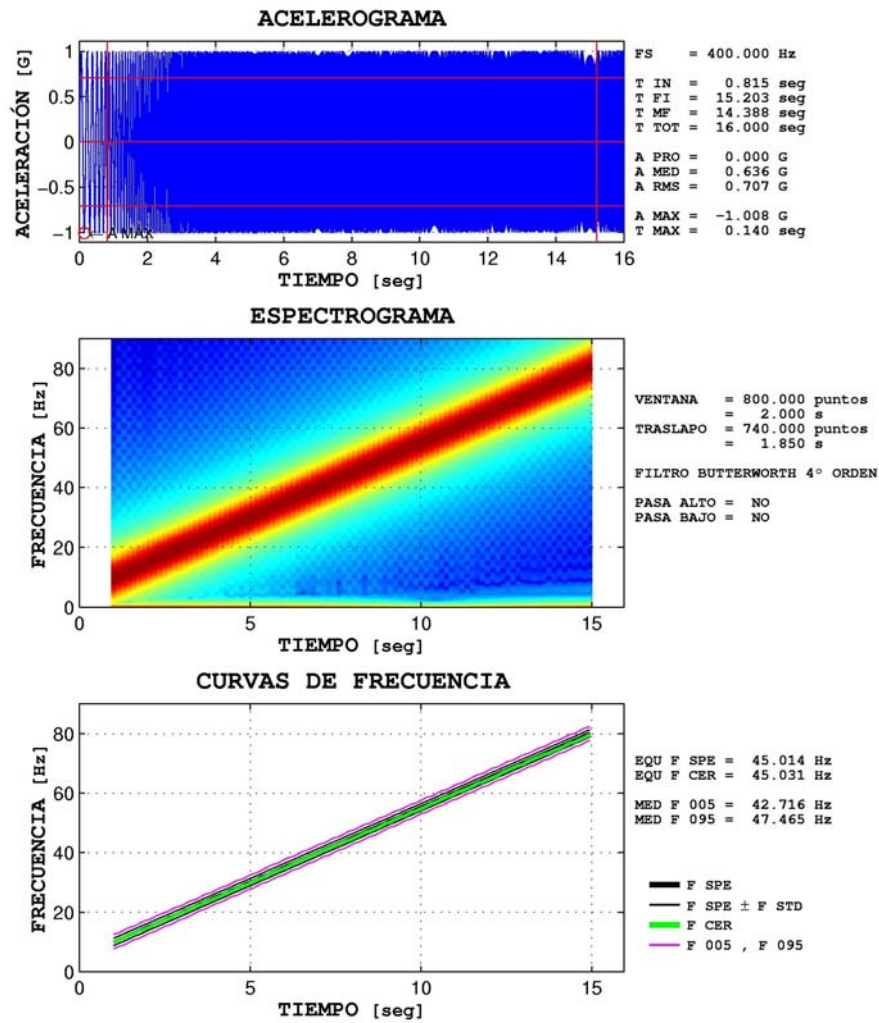
**Palabras:** wavelet, Fourier, registro sísmico, simulación.

### **SUMMARY**

In this paper the time frequency characteristics of seismic signal are studied with the Windowed Fourier Transform or Spectrogram and the Wavelet Transform. In a first stage the application of the two methods is presented in a synthetic signal of well-known characteristics to show interesting properties. The method is latter apply to characterized earthquake records. As main conclusion the Spectrogram, due to its fixed window size analysis, is able to establish the average frequency, in the window, but it has difficulties in its time location or vice versa. The use of the Wavelet Transform, on the other hand, due to its adjustable function analysis, it is able to identify with more precision the occurrence of changes in time but with a smaller relative precision in the space of the frequency, nevertheless this difficulty could be overcome. Additionally the Wavelet Transform allows synthesis of signals.

### **Introducción**

La caracterización de señales ha sido un tema de discusión y análisis extenso en ingeniería sismorresistente, si bien las variables más comunes a considerar son las amplitudes máximas de aceleración, velocidad y desplazamiento, es posible con el uso de registros digitales y de ordenadores, la obtención de otros parámetros como son: el valor medio cuadrático, la frecuencia predominante, el ancho de banda del sistema, la duración de registro y de fase fuerte, la energía, su magnitud, su evolución en tiempo y frecuencia y



las asociadas a osciladores de un grado de libertad como el espectro de respuesta lineal y no lineal y la aceleración y velocidad efectivas.

**Figura 1:** Seno con frecuencia linealmente variable. **Arriba** serie de tiempo y parámetros estadísticos de: IN: inicio movimiento fuerte (MF, 90% energía del registro); FI, fin MF; MF, duración MF; MED, valor medio de valores absolutos; RMS, valor medio cuadrático; MAX, valor máximo. **Medio**, espectrograma. **Abajo**, estadísticas por ventana: EQU F SPE frecuencia media espectrograma; EQU F CER, frecuencia media derivada de cruces por cero; MED F 005, frecuencia de 5% de energía, MED F 095, frecuencia de 95% energía; Línea Verde y Negra frecuencia media, y desviación estándar de ventana móvil, derivada de espectrograma y cruces por cero, respectivamente.

En este trabajo se derivarán las propiedades de registros sísmicos utilizando dos técnicas de evolución tiempo-frecuencia de señales, la Transformada de Fourier por ventanas o Espectrograma y la Transformada de Wavelet.

### Análisis Tiempo-Frecuencia

Como su nombre lo indica el Espectrograma no es más que la Transformada de Fourier de una señal,  $s(\tau)$ , seleccionada a través de una ventana,  $h(t)$ , centrada en el tiempo  $t$ , de la señal completa  $s(\tau)$ :

$$s_f(\tau) = s(\tau) * h(\tau - t) \quad (1)$$

La **Figura 1** presenta una señal sinusoidal que varía linealmente su frecuencia de excitación desde un valor de 5 a 85 [Hz]. Del espectrograma de la señal se aprecia esta variación lineal y una serie de parámetros estadísticos de la misma como son la frecuencia media, obtenida mediante el valor medio de la Transformada de Fourier en la ventana de análisis, el intervalo entre el 5 y 95% de la energía o Intensidad de Arias, obtenida de la integración de la señal  $s_f(\tau)^2$ , y la frecuencia derivada de contar los cruces por cero de la señal  $s_f(\tau)$ .

La escala de colores que muestra la señal indica la amplitud del espectro, entre más roja mayor amplitud. La identificación en este caso, es casi exacta y la precisión depende en gran medida del tamaño de la ventana de análisis. Precisamente esta es la limitación principal del método, Cohen (1995), Beltran, et al (2000), Correa (2001), al utilizar una ventana fija, se analiza con igual precisión los detalles de variación relativa rápida y los lentos y por tanto es difícil precisar en un solo análisis la ocurrencia de singularidades puntuales y generales.

Esta deficiencia es corregida por la Transformada de Wavelet, la cual analiza la señal con funciones (wavelets), que se ajustan, mediante un algoritmo predeterminado de acuerdo a su escala o dimensión.

La Transformada de Wavelet (TW) es una proyección de una señal  $s(t)$ , en la base ortonormal de funciones  $\psi_{j,k}(t)$  y  $\varphi_k(t)$ :

$$d_j(k) = \langle s(t), \psi_{j,k}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi_{j,k}(t) dt \quad (2)$$

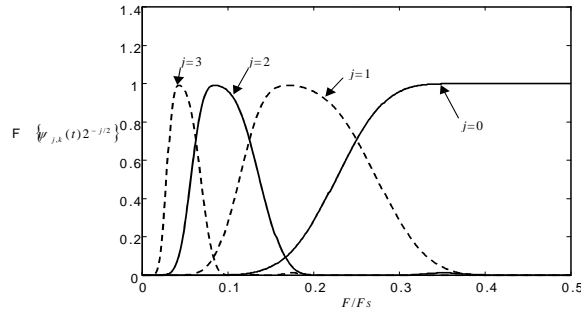
$$c(k) = \langle s(t), \varphi_k(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \varphi_k(t) dt$$

donde las wavelets,  $\psi_{j,k}(t)$ , están relacionadas con la llamada wavelet madre  $\psi(t)$  a través de la ecuación, Mallat (1999) :

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t - 2^j k}{2^j}\right) \quad (3)$$

La TW es una herramienta de análisis de señales eficiente ya que existe un procedimiento computacional rápido para el cálculo de los coeficiente wavelet  $d_j(k)$  (llamados detalles, ya que contienen los resultados de una banda de análisis o escala) y  $c(k)$  (que contiene el residuo de la señal) mediante algoritmos recursivos, Mallat (1999).

Todas las wavelets  $\psi_{j,k}(t)$  son señales pasa banda y debido a que se escalan utilizando el factor  $2^j$  (Ec.(3)) su transformada de Fourier es consistente con las variaciones del parámetro de escala  $j$ . Para ilustrar este punto en la **Figura 2** se presenta la Transformada de Fourier de las funciones  $\psi_{j,k}(t)$  para  $j=0, \dots, 5$  y  $k$  arbitrarios utilizando la wavelet Daubechies de orden 10, Mallat (1999).



**Figura 2:** Transformada de Fourier de wavelet Daubechies de orden 10; la frecuencia ha sido normalizada a la frecuencia de muestreo  $F_s$ .

Dado lo anterior los coeficientes  $d_j(k)$  pueden ser considerados como factores de peso correspondiendo a las distintas bandas de frecuencia definidas por  $j$ , a pesar de que estas, como muestra la **Figura 2**, no están totalmente separadas. Debido a que las funciones wavelets son ortogonales para el parámetro de escala  $j$  y para la traslación  $k$ , el Teorema de Parseval es aplicable:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \sum_{j=0}^J \sum_{k=-\infty}^{\infty} |d_j(k)|^2 + \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_J(k)|^2 \quad (4)$$

Así se puede establecer que la variación del coeficiente de escala  $j$ , afecta al contenido de la banda definida por esta escala y solo en el instante definido por el coeficiente  $k$ .

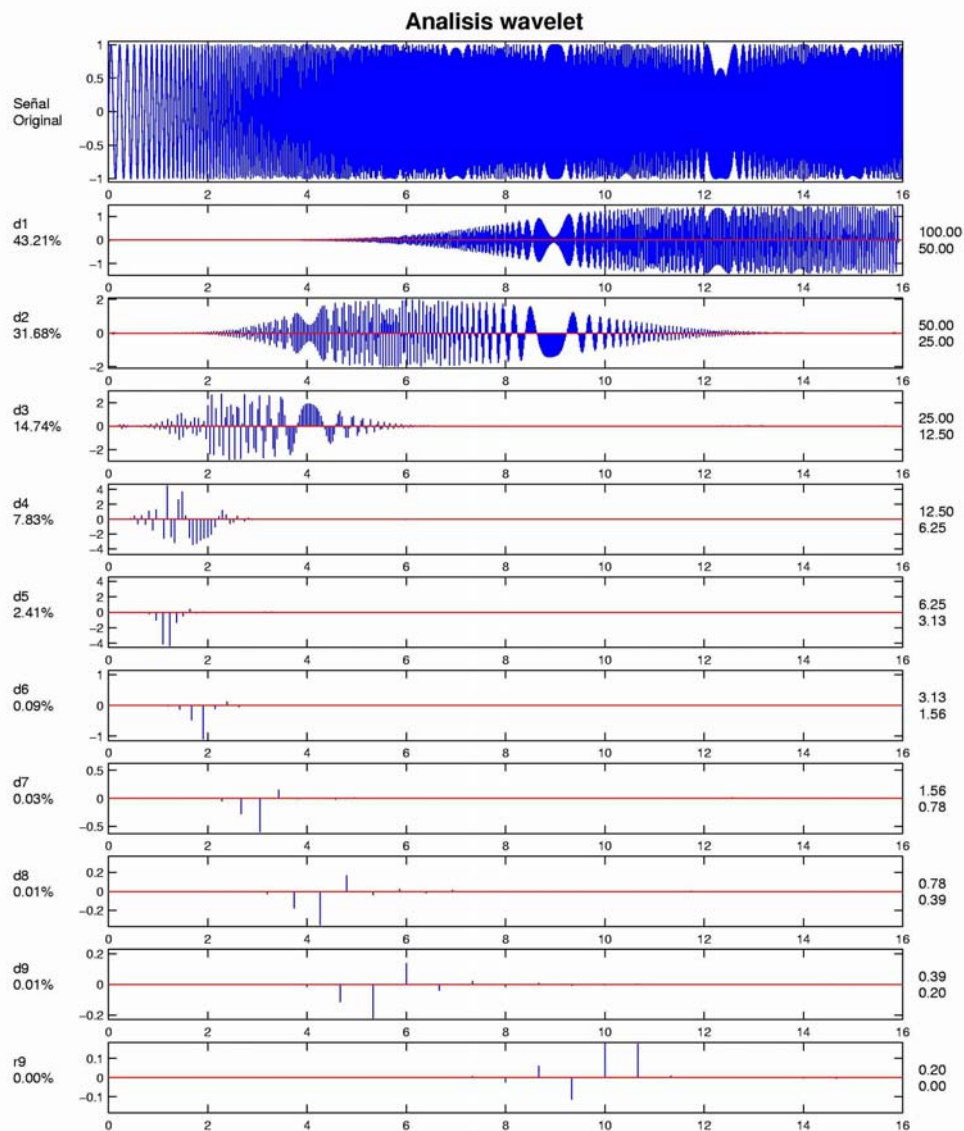
Estas características permiten visualizar los detalles  $d_j(k)$ , que corresponden a los niveles  $j$ , de cada señal en el espacio del tiempo y en bandas aproximadamente definidas.

La **Figura 3** y la **Figura 4**, presentan los resultados de la Transformada Wavelet de la función seno con frecuencia linealmente variable. En la **Figura 3** se presenta la señal y su descomposición en 9 nivel de detalles. Cada detalle se puede asociar con una banda de frecuencia, como se muestra en la figura. La energía de cada banda se puede obtener mediante la ecuación (4) y se indica a un lado en la figura. Adicionalmente se puede calcular la energía acumulada en función del tiempo, **Figura 4**.

Los niveles de energía a su vez pueden ser caracterizados mediante envolventes simple o complejas. Como ejemplo, en este trabajo se ha utilizado una aproximación basada una función chi-cuadrado que depende de tres parámetros, Saragoni (1972):

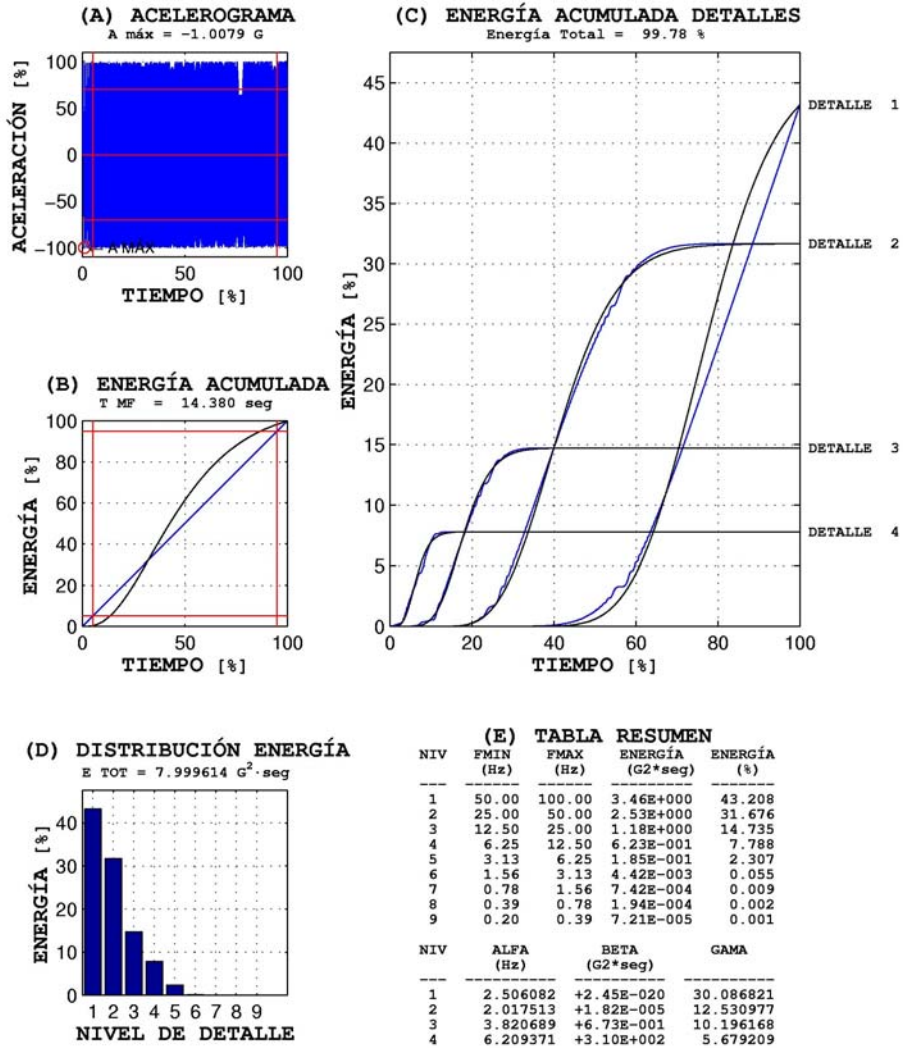
$$E \{ |a(t)|^2 \} = e^{-\alpha t} \beta t^\gamma \quad (5)$$

Otras formas de parametrizar la energía se presentan en Rivas (2001). Esta función de parametrización de la energía ha sido ajustada a la señal completa y para cada detalle de descomposición de la TW y se presenta en la **Figura 4C**.



**Figura 3:** Transformada Wavelet en 9 Niveles de Detalle utilizando funciones Daubechies de orden 10.

Un ejemplo similar se ha presenta utilizando el registro del terremoto de Chi-Chi, Taiwan de 1999, en la estación TCU68 EW. La **Figura 5** muestra la respuesta la señal y su descripción mediante la técnica de espectrograma. En esta podemos ver claramente la fuerte variación de frecuencia durante el evento, presentando una baja frecuencia, con valores menores a 5 [Hz], para el tiempo menor a 15 segundos; luego un gran arribo de energía que abarca una banda de frecuencia mayor con energía importante hasta los 15 [Hz], para luego pasar a una banda de frecuencia menor a 3 [Hz], para el resto del registro.

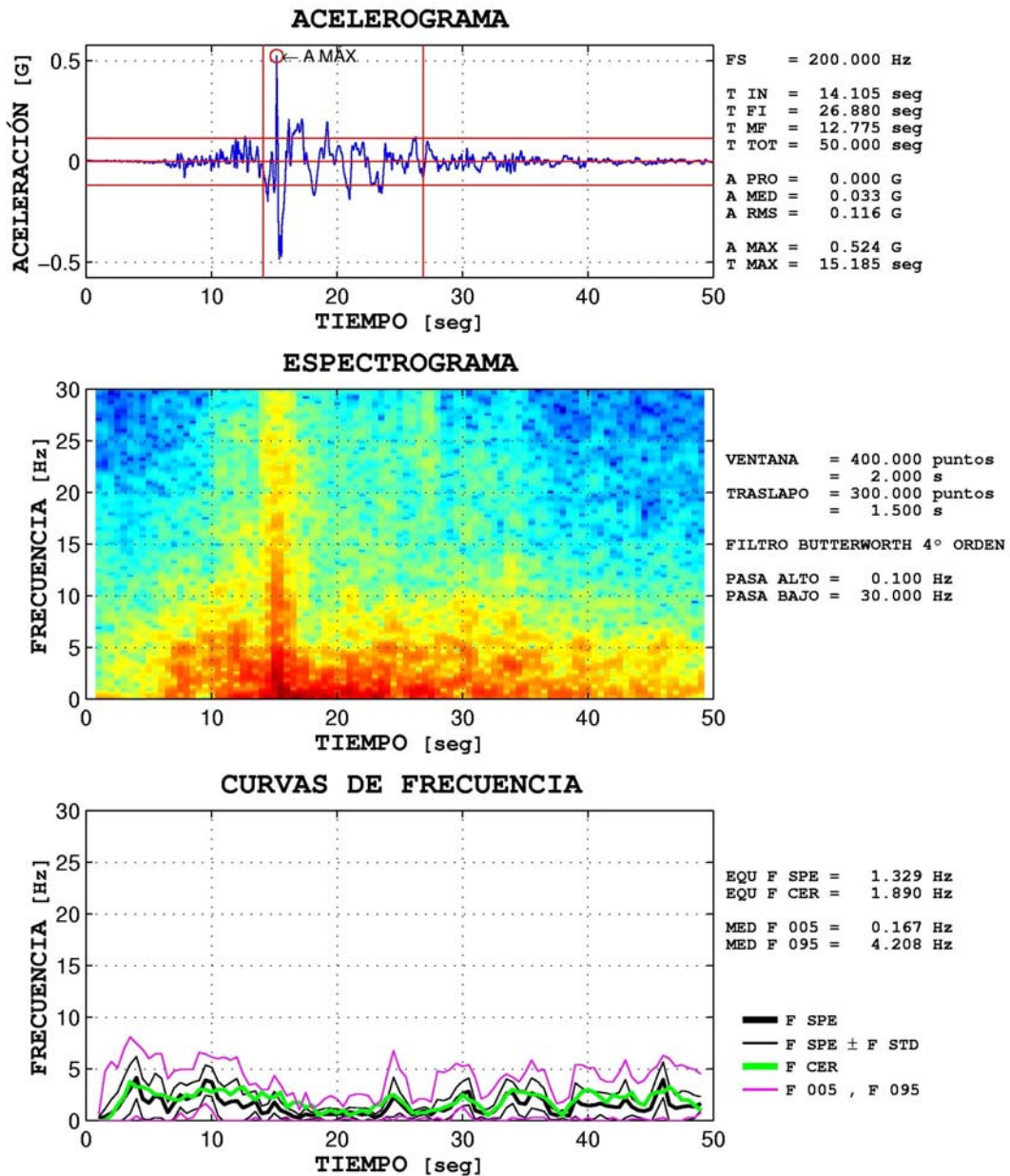


**Figura 4:** Parametrización de detalles de la Transformada Wavelet. (A) Señal original, (B), Energía acumulada de la señal, (C) Energía Acumulada de los Detalles con mayor energía en la descomposición wavelet, (D) Distribución de Energía por detalles, (E) Tabla de resumen energía y parámetros de ajuste de función chi-cuadrado.

En la **Figura 6** se presenta la TW y se pueden observar claramente el tiempo en el cual ocurre el mayor arribo de energía y el nivel o banda de frecuencia donde se ubica.

Una de las ventajas de la Transformada Wavelet es que existe su inversa, la cual está definida por:

$$s(t) = \sum_{j=0}^J \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_j(k) \psi_{j,k}(t) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_J(k) \phi_{J,k}(t) \quad (6)$$



**Figura 5:** Señal temporal, Espectrograma y estadísticas. Registro TCU 68 EW

La existencia de la inversa y la facilidad de generar los niveles de detalles permite modificar o generar patrones arbitrarios para distintos niveles y luego reconstruir una señal consistente. Por ejemplo en la **Figura 7**, se ha reducido el efecto de alta aceleración en el tiempo cercano a 15 seg. del registro TCU 68 EW y reconstruido la señal sin alterar las frecuencias similares antes y después de esta banda de tiempo. Este proceso de reconstrucción no es posible al utilizar el espectrograma ya que no es una representación ortogonal, Cohen (1995). Sin embargo la representación del Espectrograma es más intuitiva ya que representa valores físicos, por el contrario la función wavelet es en general arbitraria y su elección debe ser cuidadosa.

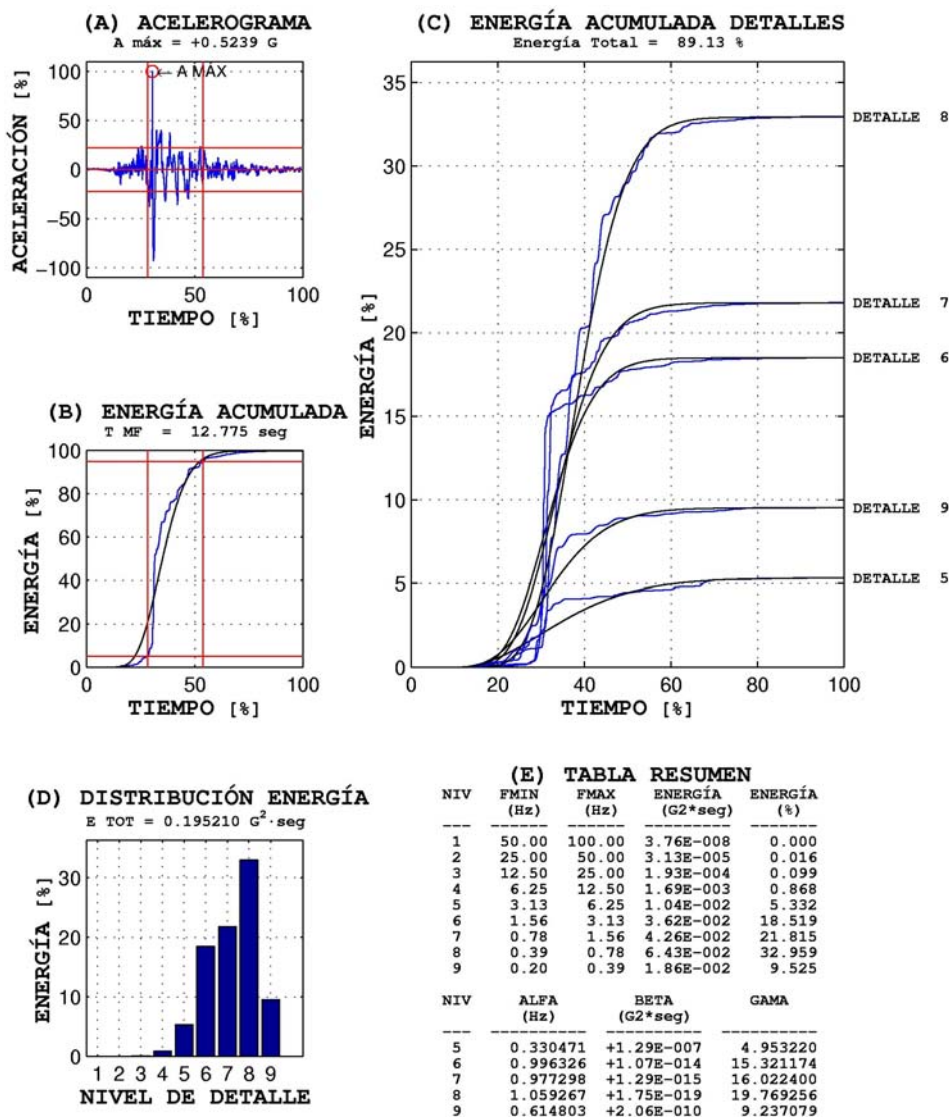


Figura 6: Estudio de Detalle de TWD. Registro TCU 68 EW

### Análisis de registros sísmicos

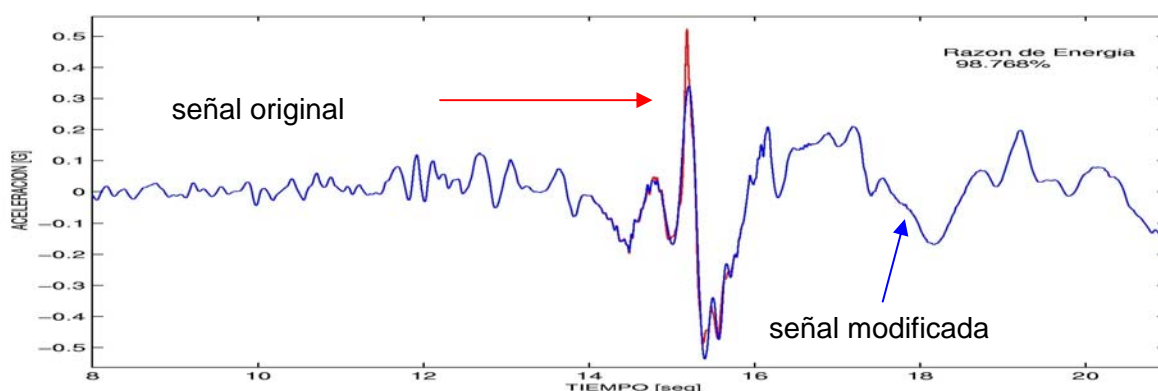
Se ha realizado un análisis estadístico en 363 registros de terremotos destructivos recientes, Correa (2000). En este trabajo se presenta los resultados del estudio estadístico de 43 de registros horizontales del terremoto de Chile de 1985 y 18 de los terremotos de principios de año de El Salvador del 2001.

Como etapa preliminar, en este trabajo, no se han separado los eventos de acuerdo a la distancia, ni tipo de suelo, sino que se presentan los resultados globales y su variación. En Correa (2001) se puede encontrar un análisis más detallado de los mismos.

Utilizando la TW y la parametrización de la curva chi-cuadrado es posible establecer parámetros que caracterizan los eventos y registros, lo que permite su clasificación y la generación de señales sintéticas, que posean estas propiedades. En la Tabla 1 se presentan los valores medios que caracterizan el conjunto de registros. De ellos se destaca la similitud en la frecuencia media de los registros entre 4.5 y 5.0 [Hz] y la banda de



frecuencias que posee el 90% de energía, por el contrario se diferencian claramente en la duración del movimiento fuerte. En la figura 8 se presenta el análisis de los perfiles de energía por detalle o banda de frecuencia. En las curvas superiores de distribución de energía por banda de frecuencia, se observa una forma similar, pero con mayor dispersión en los valores de El Salvador. La diferencia principal entre los grupos de registros es que los valores de envolvente, para las distintas bandas de frecuencia, son prácticamente iguales a la del registro completo en el caso chileno y que estas son muy distintas en el caso de El Salvador. Esto en un proceso de simulación tendría como consecuencia que en el caso chileno una buena aproximación sería utilizar una única variación temporal de la energía y que en el caso salvadoreño conviene considerar variaciones, especialmente en las frecuencias menores a 10 [Hz] y con una variación como lo indica la figura.



**Figura 7:** Detalles Modificados de la TW del registro TCU 68 EW para eliminar amplitud máxima sin alterar otras áreas del registro.

**TABLA N°1.- VALORES CARACTERÍSTICOS DE DIVERSOS PARÁMETROS**

		CHILE	EL SALVADOR
DURACIÓN MOVIMIENTO FUERTE	seg	36.6	20.9
ALFA: valor medio para registros	Hz	0.3	0.5
GAMA: valor medio para registros		8.0	9.6
FREC. MEDIA ESPECTROGRAMA	Hz	4.6	4.9
BANDA 90% ENERGÍA: Frec. Mínima	Hz	1.4	1.3
Frec. Máxima	Hz	10.6	11.0

## Conclusiones

Los procedimientos de análisis tiempo frecuencia permiten establecer patrones globales y locales en registros sísmicos. Adicionalmente el análisis por ventanas permite establecer parámetros caracterizadores de los eventos y de los registros que pueden ser utilizados en procesos de simulación o selección. En especial se aprecia un buen comportamiento de la TW, que permite tanto el análisis como la simulación de registros utilizando características propias derivadas de los eventos sísmicos.

## Referencias:

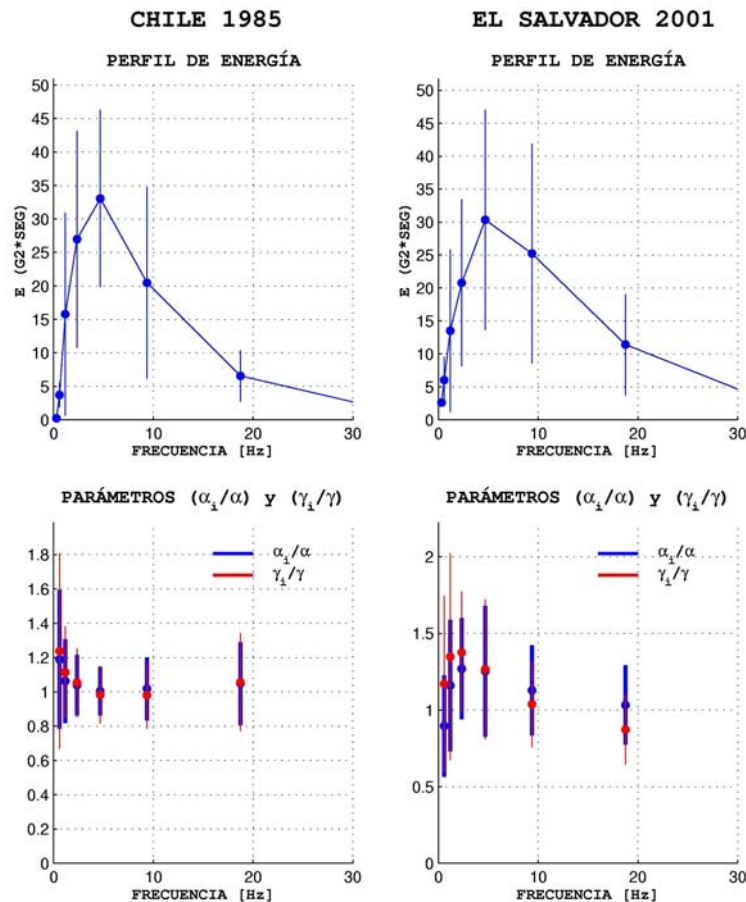
- J. Beltran, R. Boroschek, A. Arias (2000), "Detección de Propiedades Tiempo-

Frecuencia en Registros Sísmicos Sintéticos y Reales”, XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Uruguay, 2000.

- L. Cohen (1995), “Time-Frequency Analysis”, Prentice Hall, First edition.
- D. Correa (2001), “Identificación de Patrones de Acelerogramas Utilizando Razones de Energía, Espectrogramas y Transformada de Wavelet”, Memoria de Titulo, Universidad de Chile.
- S. Mallat (1999), “A Wavelet Tour of Signal Processing”. Academic Press, Second edition.
- R.Rivas (2001), “Procesamiento de Señales Sísmicas utilizando Transformación de Wavelets”, Memoria de Titulo, Universidad de Chile.
- G. R. Saragoni (1972), “Nonstationary Characterization and Simulation of Earthquake Ground Motions”, Ph. D. Dissertation, U.C.L.A., Los Angeles, California.

### Agradecimientos

Se agradece el apoyo de la Universidad de Chile y del Proyecto FONDECYT 1000912 para el desarrollo de esta investigación.



**Figura 8:** Arriba, distribución de energía por banda de frecuencia, valor medio y desviación. Abajo, Razón entre valores de los parámetros de envolvente energía de cada nivel de detalle a la del registro original.